Goo 쌤의 뿌리물리

1강 - 힘과 운동

오늘의 강의 내용

BLIS 편입
연고대 편입 전문

1. 물리 시작 준비
    1) 물리량과 단위
    2) 벡터와 미적분

2. 1차원 직선 운동 (병진 운동)
    1) 1차원 직선 운동의 표현
    2) 등속 직선 운동 & 등가속도 운동
    3) 상대속도

3. 2차원 및 3차원 운동
    1) 차원의 확장

4. 뉴턴의 운동 법칙
    1) 뉴턴의 운동 1법칙 – 관성의 법칙
    2) 뉴턴의 운동 2법칙 – 가속도의 법칙
    3) 뉴턴의 운동 3법칙 – 작용·반작용의 법칙

5. 여러 가지 힘과 운동
    1) 중력
    2) 수직항력
    3) 탄성력
    4) 마찰력
    5) 장력
    6) 항력
    7) 구심력
    8) 힘과 가속도의 분석

1. 물리 시작 준비 – 1) 물리량과 단위

물리량이란?

숫자 1 → 1 kg, 1 N, 1 cm = 0.01 m

- 물리학에서 표현하고자 하는 대상
- 대표적으로 길이, 질량, 시간, 힘, 에너지, 전하 등이 있음
- 각 물리량은 저마다의 단위가 있음: 수학과 물리의 가장 큰 차이점!

국제단위계 (SI unit)

- 국제적으로 약속한 가장 기본이 되는 물리량과 단위
- 길이(m), 질량(kg), 시간(s), 전류(A), 온도(K), 몰(mol), 광도(cd)
- 그 외 다양한 단위는 SI unit으로 부터 유도하게 된다.

m, s / ft

단위 접두어들 (Prefix)

1,000

Factor	접두어	표기	예시
10^9	Giga-	G	GHz
10^6	Mega-	M	MPa
10^3	Kilo-	k	kg 1kg = 1000g
10^{-2}	Centi-	c	cm
10^{-3}	Milli-	m	ms 10^{-3} s
10^{-6}	Micro-	μ	μm 0.001 nm
10^{-9}	Nano-	n	nm
10^{-12}	Pico-	p	pA

단위의 변환 = 환전하기

1달러 = 1270원

- 1 min = 60 s
- 1 cm^2 to m^2 10^4

$1\,cm^2 = 1\,cm \times 1\,cm = 10^{-2}\,m \times 10^{-2}\,m$
$= 10^{-4}\,m^2$

- 1 m^3 to cm^3

$1\,m^3 = 1\,m \times 1\,m \times 1\,m = (100\,cm)^3 = (10^2)^3 \cdot cm^3$
$= 10^6\,cm^3$

- 1 mm to μm and nm

$1\,mm = 10^{-3}\,m = 10^3 \times 10^{-6}\,m = 10^3\,\mu m = 1000\,nm$

- 1 μm to nm

$10^6 \cdot 10^{-9}\,m = 10^6 \cdot nm$

= 1000 nm.

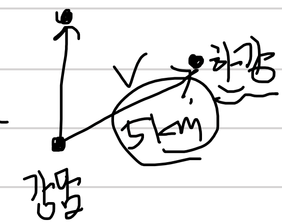
1. 물리 시작 준비 – 2) 벡터와 미적분

$\pm$ 0있음 방향X

벡터와 스칼라

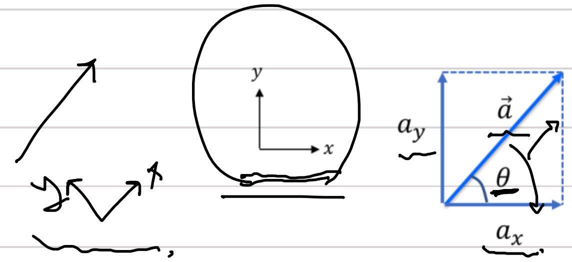
+, −

- (스칼라: 크기만 있는 물리량 예) 질량, 온도, 에너지, 시간
- 벡터: 크기와 방향이 있는 물리량 예) 변위, 속도, 가속도, 힘



벡터의 기본 연산

1) 벡터의 성분: 벡터는 쪼갤 수 있다.

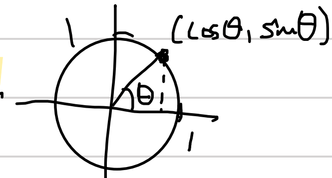


$$a_x = a\cos\theta,\ a_y = a\sin\theta$$

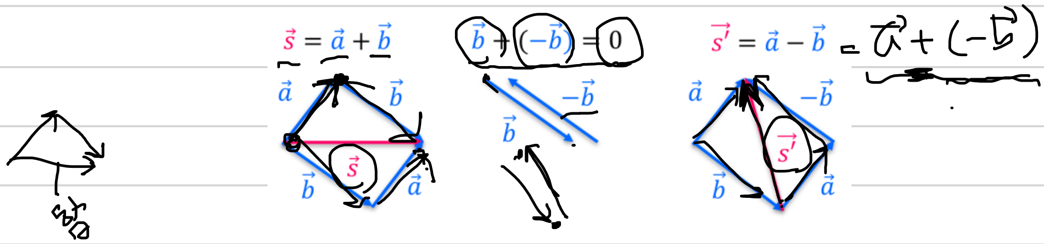
$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$$

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

θ : 방향.



2) 벡터의 합과 차: 화살표 연결, 빼기는 결국 더하기 → 더하기로 보자



- 벡터 합은 교환법칙과 결합법칙이 성립한다

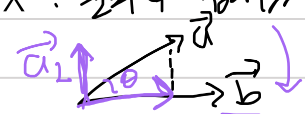
: $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c} = \vec{a}+(\vec{c}+\vec{b})$

$|x| = 1 \cdot 1 = 1$

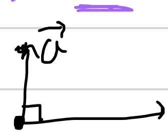
3) 벡터의 곱

3-1) 내적 (dot product): 결과가 스칼라 → 방향 고려 필요 X : 얼마나 겹쳐있나

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\left|\vec{b}\right|\cos\theta$$



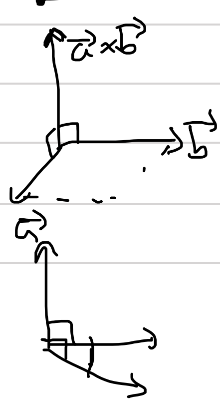
$\theta = 0 \rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\left|\vec{b}\right|$ (최대) $\quad \theta = 90° \rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = 0$



3-2) 외적 (cross product): 결과도 벡터 → 방향 고려 필요

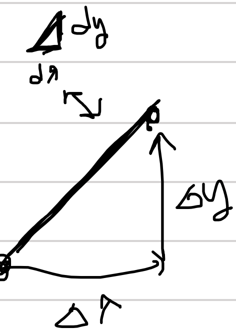
$$\vec{a}\times\vec{b} = \vec{c},\quad |\vec{c}| = \left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = |\vec{a}|\left|\vec{b}\right|\sin\theta$$

$\theta = 0 \rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = 0 \qquad \theta = 90° \rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\left|\vec{b}\right|$ (최대)



미적분

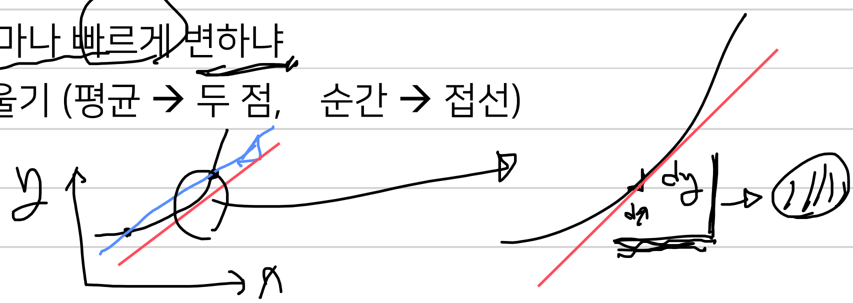
1) 미분: 변화율



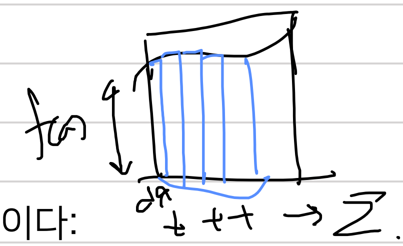
- x_1에서 x_2로 변화했을 때 변화량 : $\Delta x = x_2 - x_1$ (나중 – 처음)
- x에 대한 y의 평균 변화율: y변화량/x변화량 = $\frac{\Delta y}{\Delta x}$
- x에 대한 y의 순간 변화율: $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$

→ x가 아주 작게 변할 때 y는 얼마나 변하냐

- 시간에 대한 변화율: 얼마나 빠르게 변하냐
- 그래프에서의 미분: 기울기 (평균 → 두 점, 순간 → 접선)



2) 적분: 합



- 아주 작은 x들의 합: $\int dx$
- 아주 작은 b는 아주 작은 a와 그때의 $f(a)$를 곱한 값이다:

da 높이.

$b = \int f(a)da$

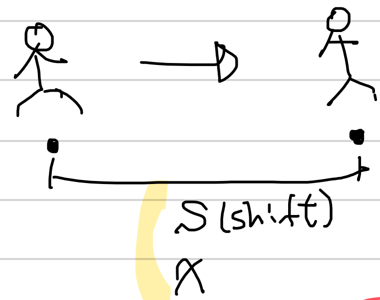
- $c = \frac{dy}{dx} \quad \to \quad dy = c dx \quad \to \quad \int dy = \int c\, dx \quad \to \quad y = cx$
- 그래프에서의 적분: 면적

$\boxed{dy = c \cdot dx} \to \int dy = \int c \cdot dx$

$\frac{dy}{dx} = c$

$= y = c \int dx = c \cdot x$

2. 1차원 직선 운동 – 1) 1차원 직선 운동의 표현



정성적으로 이해해보기

- ① 변위(s): 위치의 변화 (벡터)

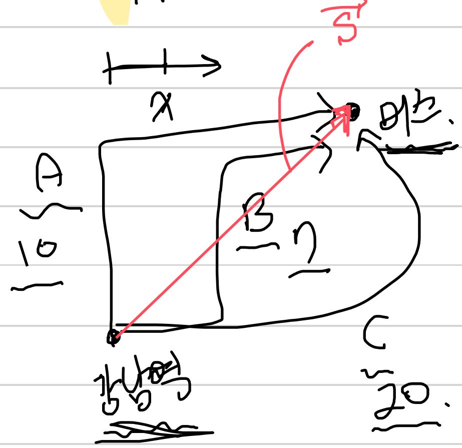
② 이동거리: 이동한 거리의 크기 (스칼라)

- ① 속도(v): 단위 시간(t) 당 위치의 변화 (벡터)

  스칼라 변위

② 속력: 단위 시간 당 이동거리 (스칼라)

- ① 가속도(a): 단위 시간(t) 당 속도의 변화 (벡터)



- 방향이 의미하는 것은?

단위 시간 당 위치의 변화? : 속도

- 초 당 위치의 변화라면

  → 1 초에 얼마나 갔냐

- 시간 당 위치의 변화라면

  → 1 시간에 얼마나 갔냐

  ➔ 결국, 얼마나의 시간 (Δt) 동안

  얼마나 갔냐(Δs) (위치 변화의 빠르기)

단위 시간 당 속도의 변화

얼마나의 시간 (Δt) 동안 속도가 얼마나 변했냐 (Δv)(속도 변화의 빠르기)

: 가속도 1초에 속도가 $+v$

v

BLIS 편입
연고대 편입 전문

정량적으로 이해해보기

- 변위(s): 위치의 변화 $[m]$
- 속도(v): 단위 시간(t) 당 위치의 변화 $[m/s]$ $\frac{1m}{1s}$
- 가속도(a): 단위 시간(t) 당 속도의 변화 $[m/s^2]$ $\frac{1m/s}{1s} = 1m/s^2$

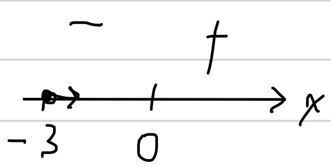
S→V

나중 처음

$$v = \frac{s - s_0}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \rightarrow v = \frac{ds}{dt}$$

$$ds = v \cdot dt$$

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \rightarrow dv = a\,dt$$

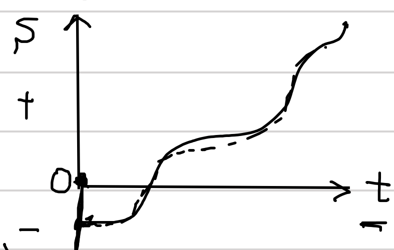


$$ds = vdt$$

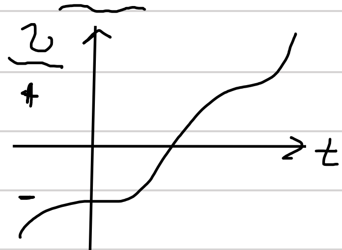
$$dv = adt$$

그래프에서 이해해보기

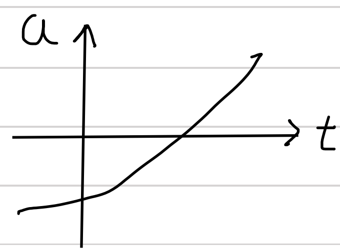
1) $s - t$ 그래프



2) $v - t$ 그래프



3) $a - t$ 그래프



부호의 의미
- s: − : 왼쪽에 있다 / + : 오른쪽
- v: − : 왼쪽으로 이동한다 / + : 오른쪽으로 이동한다.
- a: − : 속도가 줄어든다 / + : 속도가 증가한다

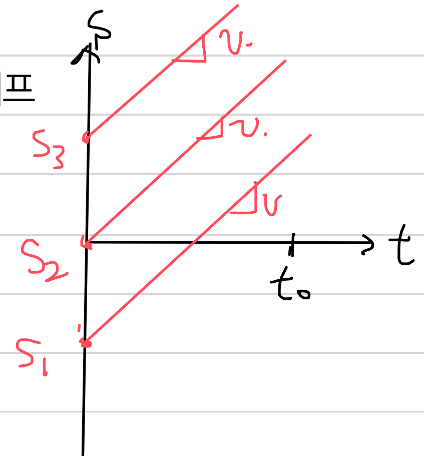
기울기의 의미
- $\rightarrow \frac{ds}{dt} = v$
- $\rightarrow \frac{dv}{dt} = a$
- $\frac{da}{dt} \rightarrow X$

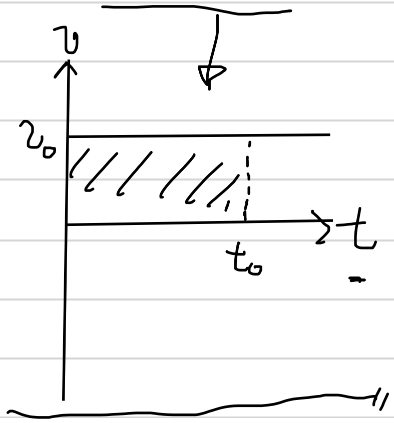
면적의 의미
- $\int S \cdot dt$: X
- $\int v \cdot dt = \int ds = \Delta S$
- $\int a\,dt = \int dv = \Delta V$

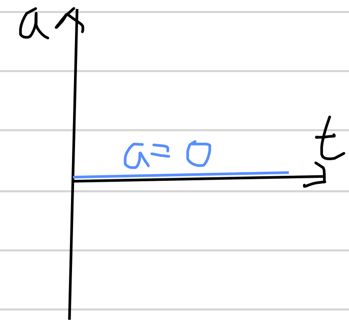
등속 직선 운동: 속도(v)가 일정, 변위가 1초에 v만큼 변화

1) $s-t$ 그래프 | 2) $v-t$ 그래프 | 3) $a-t$ 그래프

그래프 개형







$\Delta s = v_0 \cdot t_0$

기울기

$\frac{ds}{dt} = v$

$\frac{dv}{dt} = 0$

$= a$

$\therefore a = 0$

$\frac{da}{dt} = 0$ (X)

$\left[\begin{array}{l} y = v \cdot x \\ s = vt \end{array} \right.$

면적

$\int s \cdot dt$ (X)

$v_0 \cdot t_0 = \int v \cdot dt$

$= \int ds = \Delta s$

$\int a \cdot dt = \Delta v$

$= \int 0 \cdot dt$

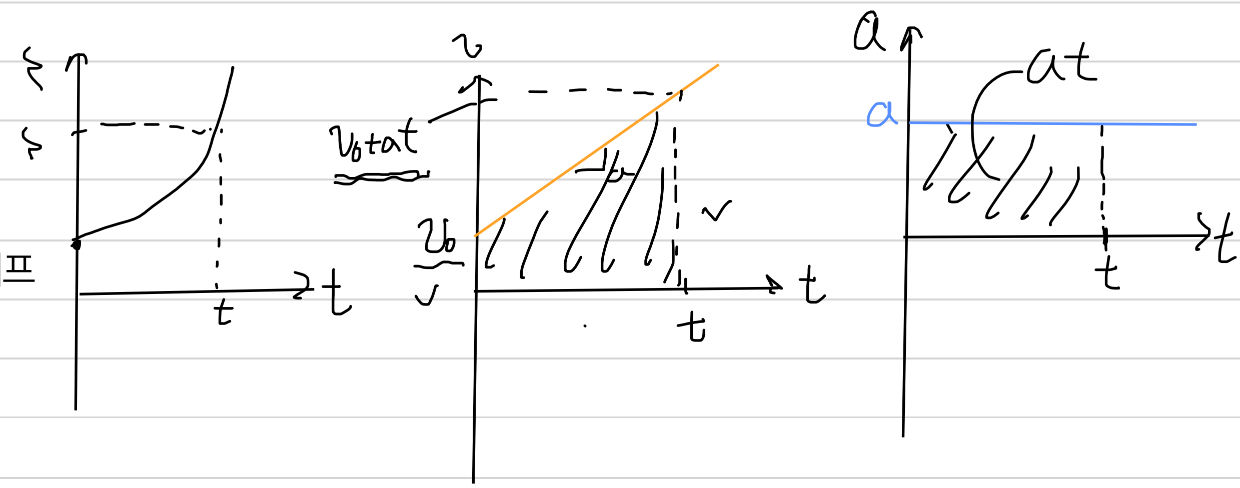
$= 0$

$\therefore \Delta v = 0$

등가속도 직선 운동: 가속도(a)가 일정, 속도가 1초에 a만큼 변화

1) $s-t$ 그래프 2) $v-t$ 그래프 3) $a-t$ 그래프

그래프 개형



$\left(\begin{matrix} 1 \rightarrow a \\ t \rightarrow at \end{matrix} \right)$

기울기 $\frac{ds}{dt} = v$

$= v_0 + at$

$a = \frac{dv}{dt} = a$

$\frac{da}{dt} = 0$: X

면적 $\int s \cdot dt$

$= X$.

$(v_0 + (v_0 + at))t \cdot \frac{1}{2}$

$= v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$= \int v \cdot dt$

$= \int ds = \Delta s$

$at = \int a \cdot dt$

$= \int dv = \Delta v$

$v - v_0 = at$

$v = v_0 + at$

- 등가속도 공식 → 어처피 정의와 그래프에서 다 나옴
  (굳이 외울 필요 X, 물리적 의미 생각이 더 중요)
- 굳이 외운다면 $\boxed{2as = v^2 - {v_0}^2}$만
  (그러나 이것도 힘과 에너지를 배우면 외울 필요 X)
- 등가속도 운동 → 등속 직선 운동으로 퉁치기 가능! 매우 쉬워진다.

$v \cdot v_0$ $\frac{v+v_0}{2}$

1차원 직선운동 예제 1

어떤 물체가 x축을 따라 움직일 때, 물체의 위치는 다음과 같이 나타난다.

$$x = 4 - 27t + t^3 \quad [m]$$

t [s]

1. 물체는 정지 상태인가 운동 상태인가?

2. 물체의 속도와 가속도를 각각 시간에 대한 함수로 표현하라.

$$v = \frac{dx}{dt} = -27 + 3t^2 \quad [m/s]$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 6t. \quad [m/s^2]$$

3. 물체의 속도가 0이 되는 시간을 구하고 그 의미를 말해보라.

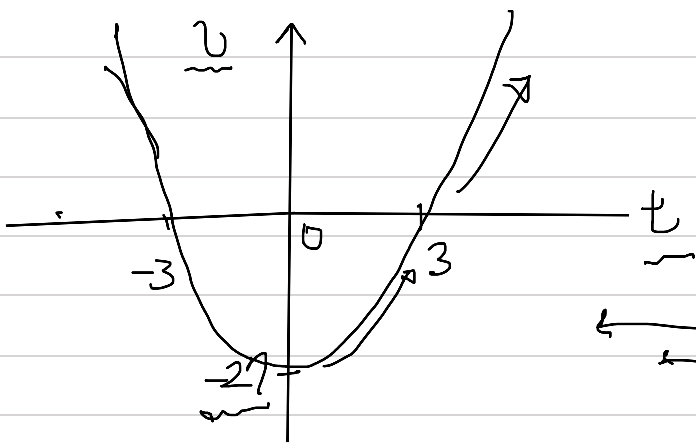
$$v = -27 + 3t^2 = 0 \longrightarrow t^2 = 9 \quad t = \pm 3\ s.$$

$v=0$ $v=0$

$t=-3$ $t=0$ $t=3$

(X)

4. $t \geq 0$일 때 물체의 운동이 어떻게 변화해 가는지 설명하시오.

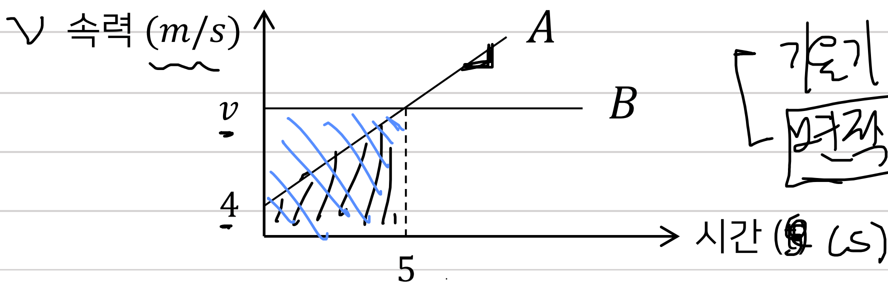


$$v = -27 + 3t^2$$
$$= 3t^2 - 27$$
$$y = 3x^2 - 27$$

$\Longrightarrow$ $\boxed{a>0}$

1차원 직선운동 예제 2

물체 A, B가 동시에 같은 방향으로 직선 운동을 시작한다. A, B의 속력에 따른 시간은 아래와 같고, 5초일 때 A가 이동한 거리는 B가 이동한 거리보다 15 m 만큼 작다.



기울기 : a
면적 : S

1. v를 구하시오.

$S_A = (4+v)\cdot 5 \cdot \frac{1}{2}$

$S_B = 5 \cdot v$

$\rightarrow S_B - S_A = 15$

$5v - (4+v)\cdot\frac{5}{2} = 15$

$v - (4+v)\frac{1}{2} = 3$

$\frac{1}{2}v = 5$

$\boxed{v = 10\,m/s}$

2. 3초일 때 A의 가속도 크기를 구하시오.

$= a(t=5) = \frac{10-4}{5} = \boxed{1.2\,m/s^2}$

3. A가 5초 동안 이동한 거리를 구하시오.

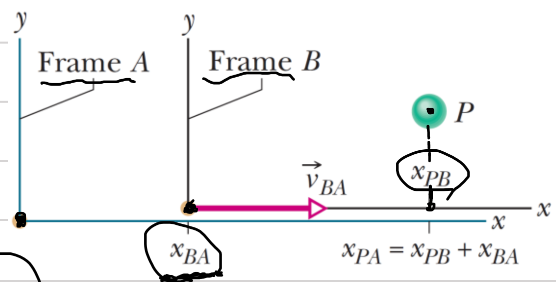
$S_A = (4+10)\,5\cdot\frac{1}{2}$

$= \boxed{35\,m}$

2. 1차원 직선 운동 – 3) 상대속도

속도는 사실 누가 보느냐에 따라 다르다

$v = \dfrac{dx}{dt}$



- 시간은 A와 B에게 동일하다!
- 표시(notation): 내가 본 너의 속도 ($v_{너나}$)(주인이 앞)
- v_{BA}: Velocity of B measure by A = A가 본 B의 속도
- 내가 본 P의 속도 (v_{PA}) = 너가 본 P의 속도 ($v_{P\cancel{B}}$) + 내가 본 너의 속도 ($v_{\cancel{B}A}$)
- 내가 본 너의 속도(v_{BA}) = 내가 본 P의 속도 (v_{PA}) – 너가 본 P의 속도 (v_{PB})
- 상대속도가 일정하다면 상대가속도는 0 $\boxed{a_{BA} = \dfrac{dv_{BA}}{dt} = 0}$

PA → PBBA

PB + BA

$$v_{PA} = v_{P\cancel{B}} + v_{\cancel{B}A}$$

$$v_{BA} = v_{PA} - v_{PB}$$

$$v_{AB} = -v_{BA} = -(v_{PA} - v_{PB}) = v_{PB} - v_{PA}$$

BLIS 편입 연고대 편입 전문

상대속도 예제

철수(A)에 대한 영희(B)의 속도 $v_{BA} = 52\ km/h$로 일정하며, 차(P)는 수직선 왼쪽으로 이동하고 있다.

1. 철수(A)가 측정한 차(P)의 속도가 $v_{PA} = -78\ km/h$ 라면, 영희(B)가 본 차의 속도 v_{PB} 는?

$$v_{PB} = v_{PA} + v_{AB}$$
$$= v_{PA} - v_{BA}$$
$$= -78 - 52 = -130\ km/h$$

2. 만약 차(P)가 철수(A)에 대해 정지하도록 10 초 동안 일정한 가속도로 속도를 줄였다면, 철수가 본 차의 가속도 a_{PA} 는?

$$a_{PA} = \frac{\Delta v_{PA}}{\Delta t} = \frac{0-(-78)}{10} = 7.8\ m/s^2$$

3. 영희가 본 차의 가속도 a_{PB} 는?

$$a_{PB} = \frac{\Delta v_{PB}}{\Delta t} = \frac{(-52)-(-130)}{10}$$
$$= \frac{78}{10} = 7.8\ m/s^2$$

나중 $v_{PA} = 0$

$$v_{PB} = v_{PA} + v_{AB}$$
$$= 0 + (-52)$$
$$= -52\ km/h$$

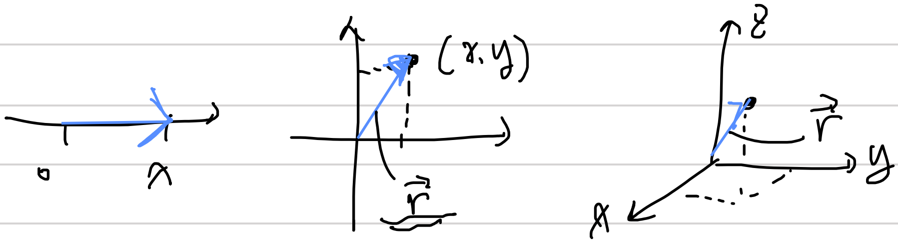
앞에서 배운 물리량 간 관계나 법칙이 달라지는 것은 없다!

- 수직선 (1차원) → 평면좌표 (2차원) → 공간좌표 (3차원)

$x \quad \rightarrow \quad (x, y) \quad \rightarrow \quad (x, y, z)$

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

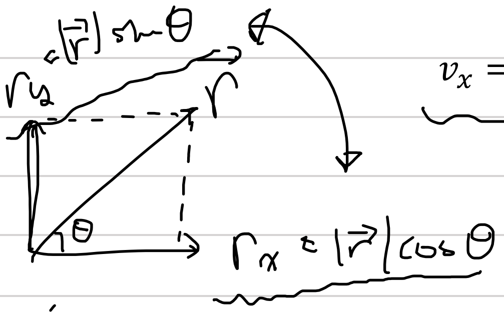
$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

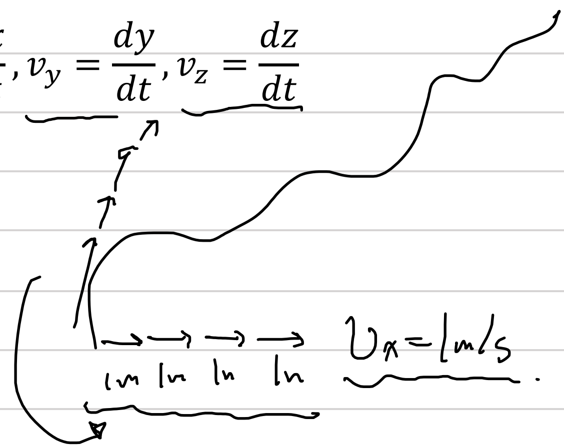


☆ 각 차원(축)은 서로 영향을 주지 않는다

→ 따로 따로 분리해서 생각하면 결국 1차원 직선 운동들의 조합일 뿐

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$$





- 상대속도도 마찬가지

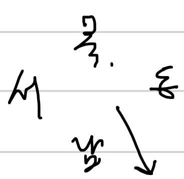
2차원 상대속도 예제

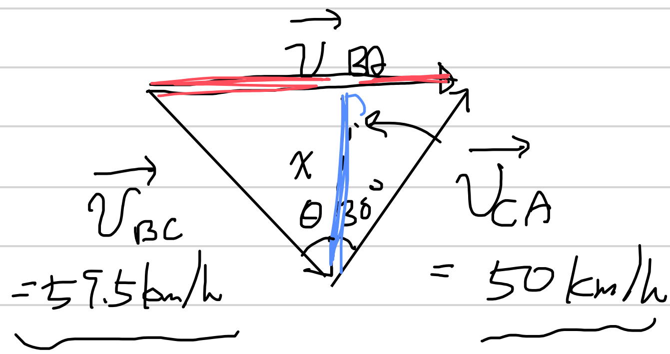
지상에 있는 철수는 비행기가 정동쪽으로 이동하고 있는 것으로 관찰했다. 비행기의 조종사는 바람에 대해 남쪽과 동쪽 사이로 일정한 각을 이루며 $59.5\ km/h$의 속력으로 이동하고 있는 것으로 측정하였다. 기상청 홈페이지를 참고한 결과 바람은 지상에 관찰했을 때 북쪽과 30도의 각을 이루며 북동쪽으로 $50\ km/h$의 속력으로 불고 있었다. 철수가 본 비행기 속도의 크기는 얼마인가?

(단, $\sqrt{2} = 1.4$, $\sqrt{3} = 1.7$)

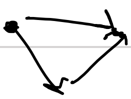
v_{BA}

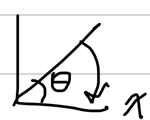
철수(지상) : A 비행기(조종사) : B 바람 : C





$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_{BC} + \vec{v}_{CA}$





$x = |\vec{v}_{CA}|\cos\theta$

$= 50\cos 30^\circ = 25\sqrt{3} = 25 = 49.5\,km/h$

$= |\vec{v}_{BC}|\cos\theta = 59.5\cos\theta = 49.5$

$\cos\theta = \frac{49.5}{59.5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\theta = 45^\circ$

$|\vec{v}_{BA}| = |\vec{v}_{BC}|\sin 45^\circ + |\vec{v}_{CA}|\sin 30^\circ$

$= |\vec{v}_{BC}|\cos 45^\circ + 50\cdot\frac{1}{2}$

$= 49.5 + 25 = \boxed{74.5\,km/h}$

4. 뉴턴의 운동 법칙 – 1) 1법칙: 관성의 법칙

관성: 물체가 운동 상태를 유지하려는 성질 등속 → 등속

→ **정지는 정지, 운동은 운동 (힘 작용X 일 때)**

- 물체에 아무런 힘도 가해지지 않는다면, 물체의 속도는 변할 수 없다.

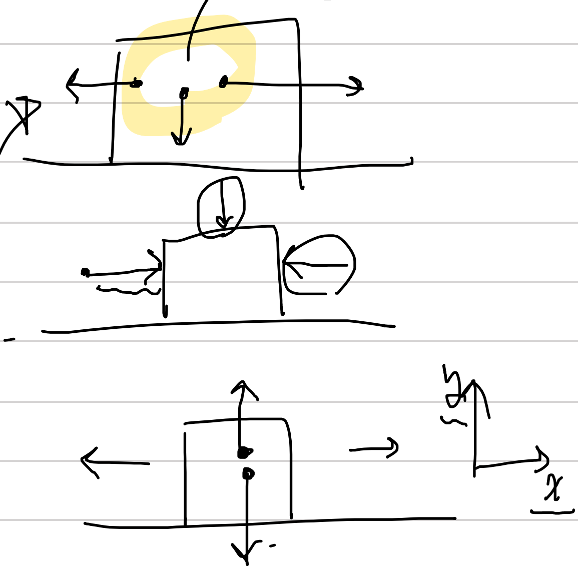
- 즉, 물체는 가속하지 않는다.

계산

힘이라는 것은? 벡터

- 힘의 3요소: 크기, 작용점, 방향

- 힘의 단위: [N]



- 여러 가지 힘의 계산 작용점

그렇다면 힘이 가해지는 경우에 운동은? → 2 법칙

4. 뉴턴의 운동 법칙 – 2) 2법칙: 가속도의 법칙

net force

운동의 원인을 알려주는 법칙: 알짜힘이 가속도를 결정

- 물체에는 여러 가지 힘이 동시에 작용할 수 있다
  → 다 합쳐서 하나의 힘만 작용하는 것처럼 생각하자 (등가)

- $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$ $y = mx$

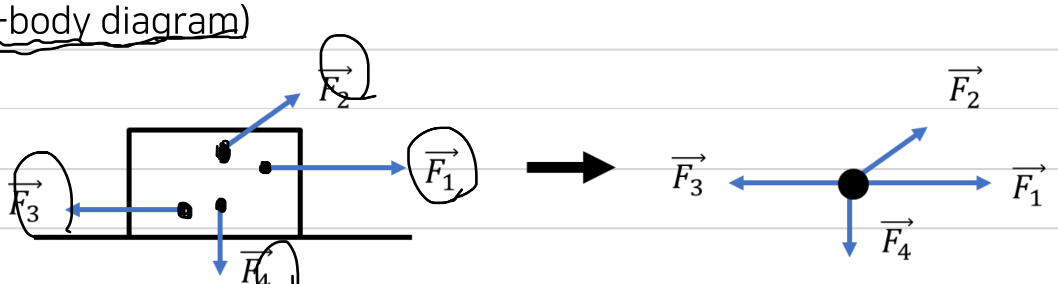
- 힘(운동의 원인)과 가속도(운동의 표현)를 연결해주는 고리가 질량인 것! (~ 비례상수)

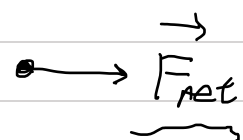
- 각 차원은 서로 영향을 주지 않는다

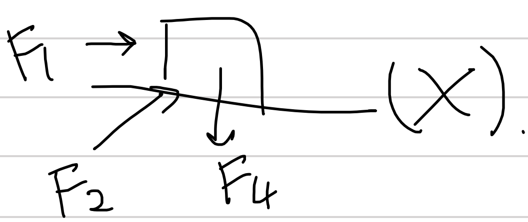
  → $F_{net,x} = ma_x, F_{net,y} = ma_y, F_{net,z} = ma_z$

알짜힘 파악하기

- 물체에 작용하는 힘을 파악할 때는 가장 단순화 시켜서 그리기!
  (Free-body diagram)







4. 뉴턴의 운동 법칙 – 3) 3법칙: 작용/반작용의 법칙

BLIS 편입 연고대 편입 전문

모든 힘은 항상 쌍으로 존재한다!

- 크기는 같고 방향은 반대인 쌍으로 존재

  : $\overrightarrow{F_{AB}} = -\overrightarrow{F_{BA}}$, $|\overrightarrow{F_{AB}}| = |\overrightarrow{F_{BA}}|$

작용점 : → A, → B) 다르다!

- B가 A에게 주는 힘과 A가 B에게 주는 힘

- 힘의 평형과 작용·반작용 구분

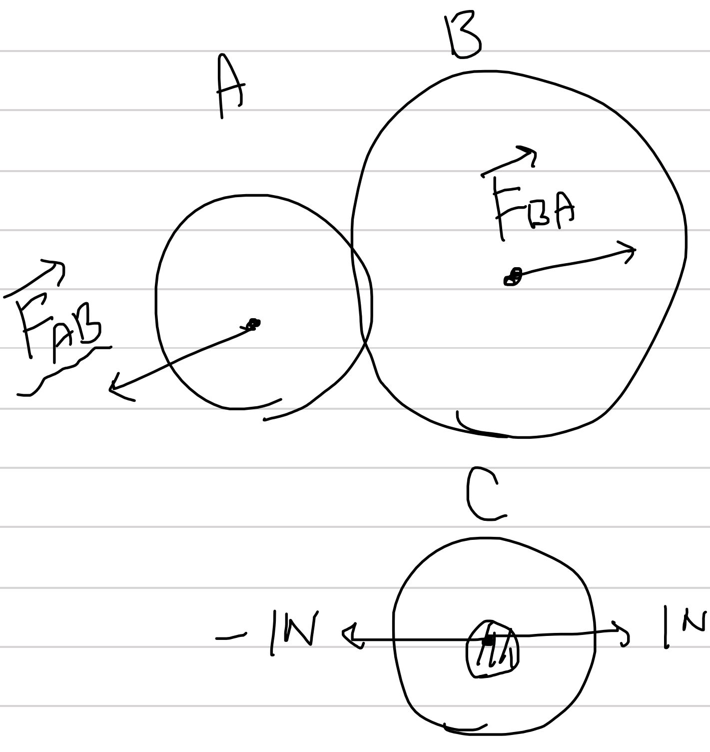
  $\vec{F}_{net} = 0$

- 힘의 평형은 한 물체 안에서 작용하는 여러 가지 힘의 합 (=알짜힘)이 0

- 작용·반작용은 두 물체가 각각 서로에게 주는 힘

  → 작용점이 다르므로 더할 수 없음 (연산 불가)

$\cancel{\overrightarrow{F_{AB}} + \overrightarrow{F_{BA}}}$



$\overrightarrow{F_c} = 1 + (-1)$

$= 0\ N$

5. 여러 가지 힘과 운동 – 1) 중력

중력 (Gravitational force): 지구의 중력으로 인해 받는 힘

- 뉴턴의 만유인력 법칙: 우주의 모든 물체는 서로 끌어당기는 힘이 있다.
- $\boldsymbol{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}$, $G = 6.67 \times 10^{-11}\, Nm^2/kg^2$ (만유인력 상수)

~0

r^2 $r\uparrow$ $F\Downarrow$

- 만유인력은 우주 스케일에서도 작용

$\frac{N\,m^2}{kg^2}$ $\frac{kg \cdot kg}{m^2}$

- 만유인력은 여러 가지 물체가 서로 동시에 작용이 가능하다.
- 너도 나를 당기고, 쟤도 나를 당기고.

$1N = 1kg \cdot 1m/s^2$

$= 70kg \cdot \frac{1}{70} m/s^2$

- 만유인력 중에서 지구가 나를 당기는 힘을 중력이라고 부른다.
- 즉, 한 물체는 지구로 고정: $m_1 = M$ (지구질량), $m_2 = m$ (나의 질량), r=지구와 나의 거리 ~ 지구 반지름
- $\boldsymbol{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \rightarrow F = \frac{GM}{r^2} m \rightarrow F_g = mg}$ 이때, $\boldsymbol{g = \frac{GM}{r^2} = 9.8\, m/s^2}$

$F = ma$

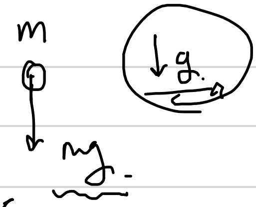
중력가속도

- 특별한 언급이 없으면 중력은 항상 존재 !
- 보다 자세한 내용은 3 강에서 진행 예정

$F_{지} = mg = M_{지} \cdot a_{지}$

$a_{지} = \frac{mg}{M_{지}} \approx 0$

5. 여러 가지 힘과 운동 – 1) 중력



중력으로 인한 운동의 예시 1: 자유 낙하 운동

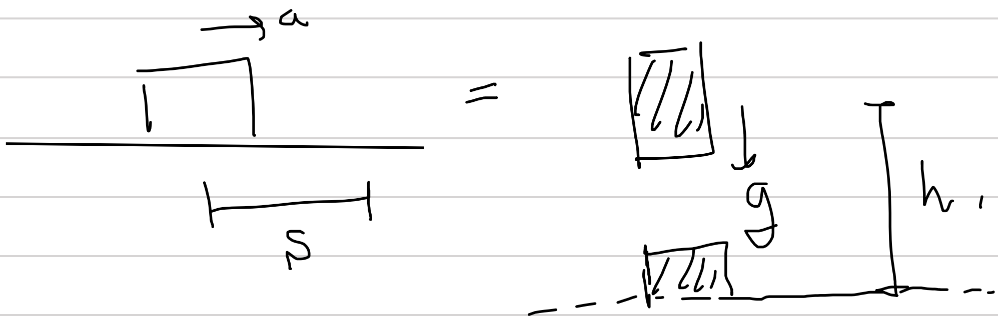
→ 가속도가 중력가속도 g인 등가속도 운동

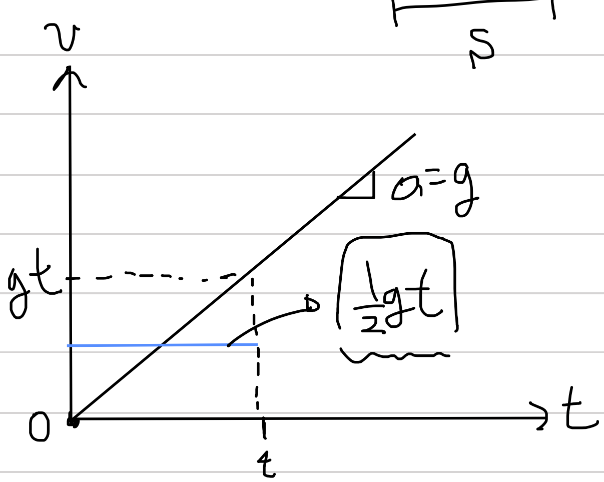
$F_{net} = mg = ma \rightarrow a = g$: 등가속도.

- 자유 낙하 운동을 하는 경우 가속도가 g 라는 특수한 값으로 정해져 있을 뿐 운동의 표현은 같다.

→ 수평으로 운동한다고 생각하는 것을 수직으로 회전시킨 것일 뿐

- 자유 낙하 속도 → v
- 자유 낙하 시간 → t
- 자유 낙하 높이 → h





a : 1초 1a.
2초 2a
t초 at

$\rightarrow g \cdot t \Rightarrow \boxed{v = gt}$ ①

$S = \int v\,dt = \int gt\,dt = \frac{1}{2} \cdot gt \cdot t \rightarrow \boxed{h = \frac{1}{2}gt^2}$ ②

$\boxed{t = \frac{v}{g} = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$
① ②

$\boxed{v = gt = g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}}$

5. 여러 가지 힘과 운동 – 1) 중력

$\vec{F}_{net} = m\vec{g}$

중력으로 인한 운동의 예시 2: 포물선 운동

→ 가속도가 중력가속도 g인 등가속도 운동인데 2차원인 것

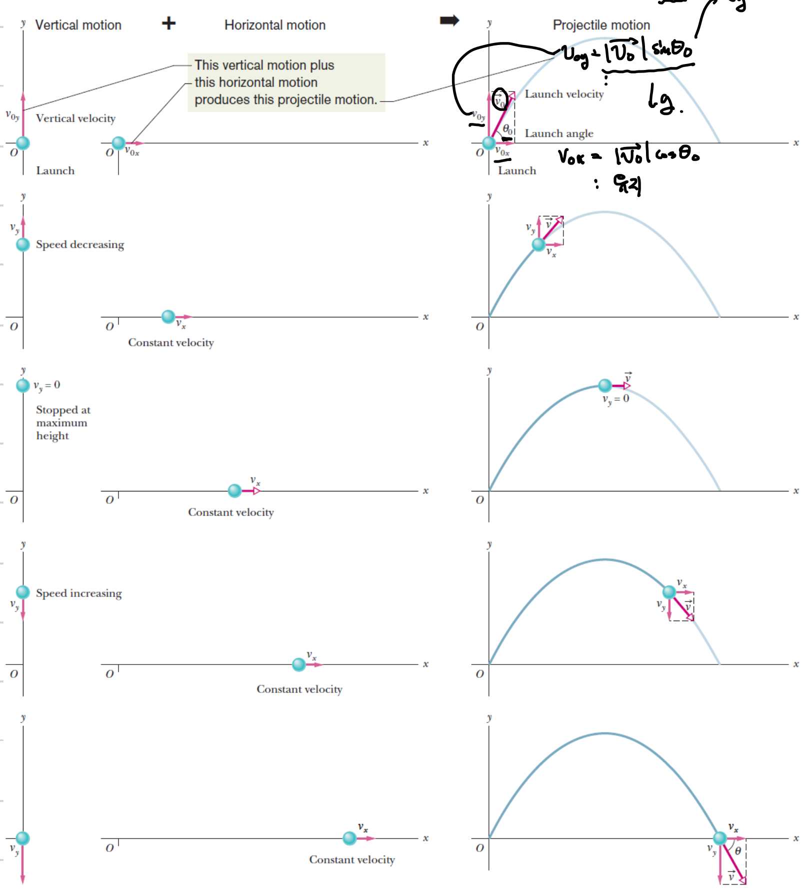
- 가장 대표적인 2차원 운동으로 사실상 자유 낙하 운동과 같다
- x축 방향으로는 등속 직선운동, y축 방향으로는 자유 낙하 운동

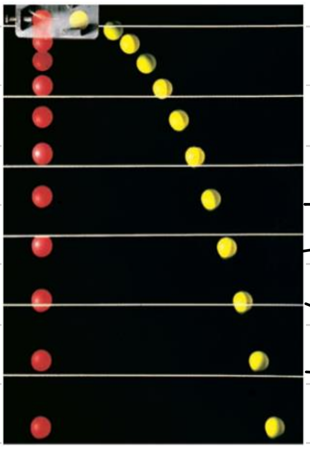
$\vec{F}_{net,x} = 0$

$\vec{F}_{net,y} = mg = ma \to a = g$

$v = v_0 + at$

$v_y = |\vec{v_0}|\sin\theta_0 - gt$





x축 방향 속도가 있다고 해서

y축 방향 속도 변화 X

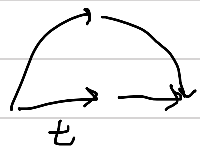
5. 여러 가지 힘과 운동 – 1) 중력

중력으로 인한 운동의 예시 2: 포물선 운동

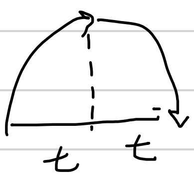
→ 가속도가 중력가속도 g인 등가속도 운동인데 2차원인 것

- 포물선 운동
  = 수직 방향 운동 (자유낙하=등가속도) + 수평 방향 운동(등속직선운동)
- 2차원 속도벡터 = y축 방향 벡터 성분 + x축 방향 벡터 성분
- 최고점까지 가는데 걸리는 시간은? : $v_y = 0$ 일때의 t

$$v_y = |\vec{v}_0|\sin\theta - gt = 0 \rightarrow \boxed{t = \frac{|\vec{v}_0|\sin\theta}{g}}$$



- 다시 떨어질 때 까지 이동한 거리는? : $2t$ x 이동거리.



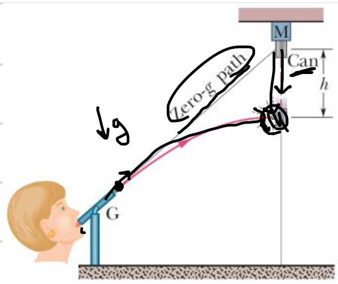
$$v_x = |\vec{v}_0|\cos\theta$$

$$S = v_x \cdot (2t) = |\vec{v}_0|\cos\theta \cdot \frac{2|\vec{v}_0|\sin\theta}{g} = \frac{|\vec{v}_0|^2}{g}\cdot 2\sin\theta\cos\theta = \boxed{\frac{|\vec{v}_0|^2\sin 2\theta}{g}}$$

- 운동 경로는? → y–x

$$t = \frac{x}{|\vec{v}_0|\cos\theta} \rightarrow y = v_0\sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2 = \tan\theta\cdot x - \frac{g}{2|\vec{v}_0|^2\cos^2\theta}x^2$$

- 상대가속도 개념으로 이해하는 포물선 운동



$a_{총.내} = a_{캔.내}$

$a = 0$

5. 여러 가지 힘과 운동 – 1) 중력

자유 낙하 운동 예제

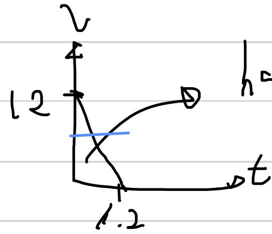
포수가 공을 연직 방향 위로 던졌을 때, 초기 속도는 12 m/s 였다. $g \approx 10\,m/s^2$

(1) 공이 최대 높이까지 올라갈 때까지 걸린 시간은?

(2) 공의 최대 높이는?

(1) $v = 12 - gt = 12 - 10t = 0 \quad \therefore t = 1.2s$

(2) $h = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 1.2 = 7.2m$ | $\frac{12+0}{2} = 6m/s$



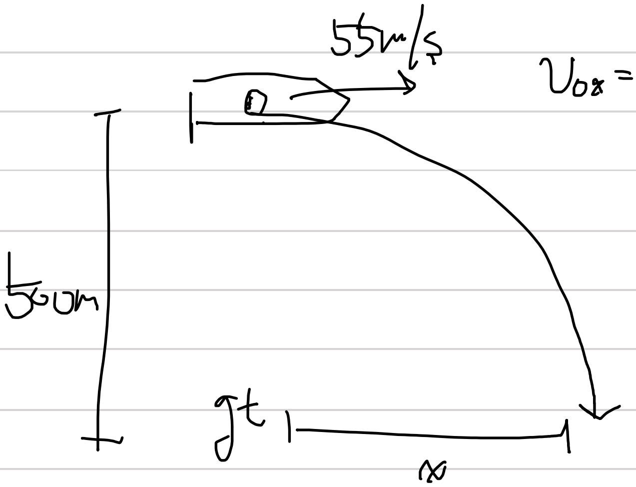
$h = 6 \cdot 1.2 = 7.2m$

포물선 운동 예제

비행기가 상공 500 m 높이에서 55 m/s의 속력으로 이동하고 있다. 지상에는 A가 비행기에서 보급품을 받기 위해 기다리고 있다. (*역)

(1) A가 보급품을 받기 위해 비행기에서 몇 m 떨어진 곳에서 보금품을 투하해야 하는가?

(2) 보급품이 지상에 도달할 때의 속도는?



$v_{0x} = 55m/s$, $\begin{bmatrix} v_x = \text{등속} \\ v_y = \text{등가속도} \end{bmatrix}$ 포물선

(1) $x = 55 \cdot t \rightarrow \boxed{550\sqrt{10}\ m}$

$v_y = 0 - gt = -gt$

$h = \frac{1}{2}gt \cdot t : \frac{1}{2}t^2 = 500$

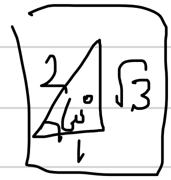
$t = 10\sqrt{10}$

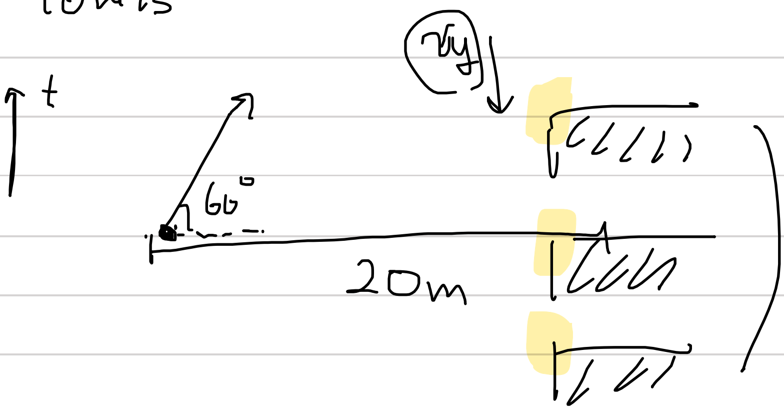
(2) $|gt| = 100\sqrt{10}\ m/s$

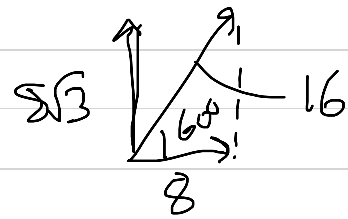
포물선 운동 예제 2

물놀이를 간 철수가 슬라이드를 타기로 했다. 슬라이드가 끝나는 지점에서 철수는 $\theta_0 = 60°$의 각으로 발사되며, $D = 20\ m$를 $t = 2.5\ s$ 동안 이동한 후 물에 빠지게 된다. 철수가 발사될 때의 속도와 물에 빠지게 될 때의 속도의 크기를 구하시오.

16m/s



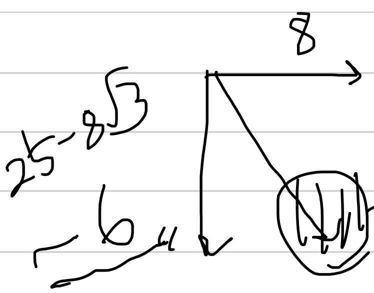




x. $\dfrac{20m}{2.5s} \rightarrow v_x = 8\ m/s$

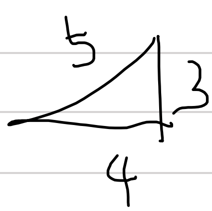
$$v_y = 8\sqrt{3} - g \cdot t = 8\sqrt{3} - 10 \cdot 2.5$$

$$= \underbrace{8\sqrt{3}}_{1.7} - 25 < 0$$



$$|\vec{v}_f| = \sqrt{(8)^2 + (25 - 8\sqrt{3})^2}$$

$$= 10\ m/s.$$



5. 여러 가지 힘과 운동 – 2) 수직항력

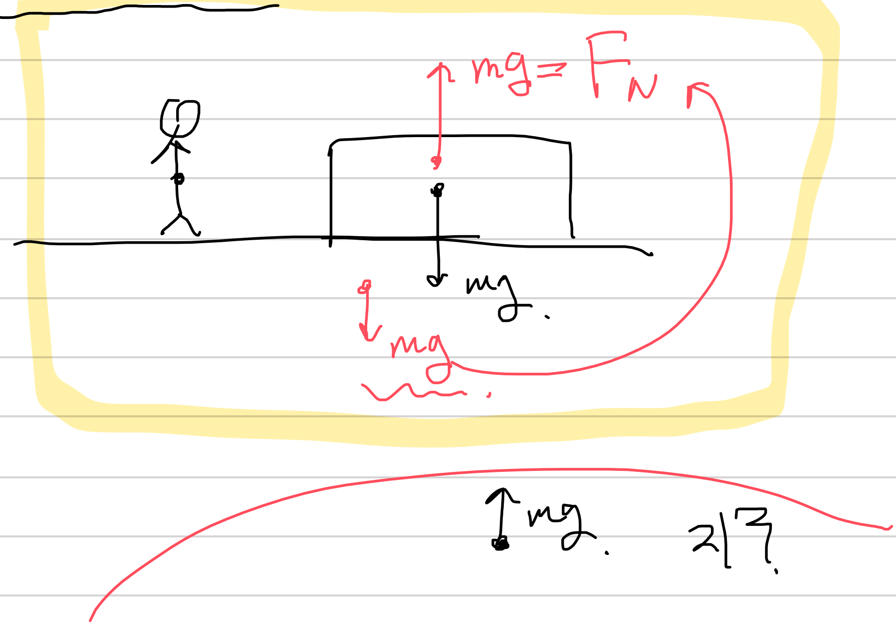
수직항력 (Normal force): 바닥이 받쳐주는 힘

- 수직항력은 바닥이 나를 수직으로 떠받쳐주는 힘

- 왜 나를 떠받쳐줄까? 내가 바닥을 누르기 때문
  → 내가 바닥을 누르는 것에 대한 반작용에 해당하는 힘
  * 내가 바닥을 누르는 이유는? 중력

$a_y = 0 \rightarrow F_{net,y} = m a_y = 0$

- 수직 방향으로 운동하지 않는다면 내가 누르는 만큼 떠받쳐 줌



5. 여러 가지 힘과 운동 – 3) 탄성력

탄성력 (Spring force): 원래 상태로 되돌아가려는 힘

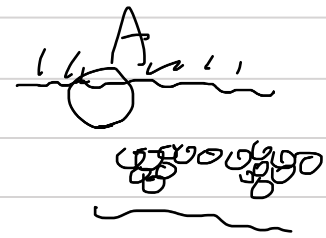
- 용수철과 연결된 경우와 같이 다시 돌아가려는 성질이 있음 (복원력)
- 늘어나면 줄이려고 하고, 줄어들면 늘어나려고 함
  → 평형점에 있으며, 힘은 변화의 반대 방향
- $\vec{F_s} = -k\vec{r}$ (훅의 법칙, Hooke's law) 1차원에서는 $F_x = -kx$ $= ma = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$
- 늘어난 거리에 비례하여 크기가 커진다.
  → 나중에 배울 단진동 운동에서 중요한 개념

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

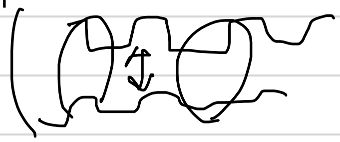
BLIS 편입 연고대 편입 전문

마찰력 (Frictional force): 운동을 하는 표면에서 발생하는 힘

- 어떤 물체든 접촉하는 표면은 평평하지 않고 울퉁불퉁하다



- 따라서 바로 미끄러지지 않고 어느정도 맞물려 있음
  → 맞물려 있는 정도는 바닥을 얼마나 세게 누르는 지에 비례
  & 바닥이 어떤 물질인 지에 따라서도 달라짐

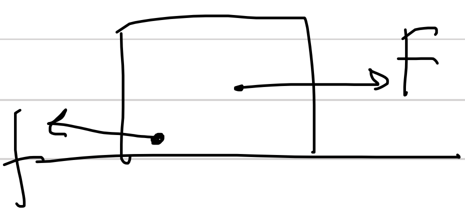


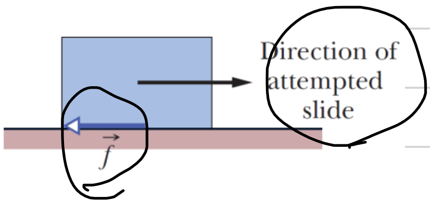
물질 : 마찰계수　　F_N

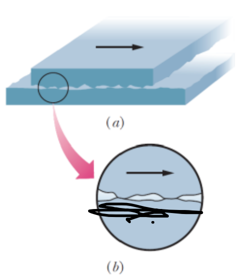
- 내가 어떤 힘 이상을 가하지 않는 이상 이만큼을 다 버티다가, 특정 값 이상의 힘을 가하게 되면 그때부터 비로소 움직이기 시작함

s : static　　$f = \mu_s \cdot F_N$

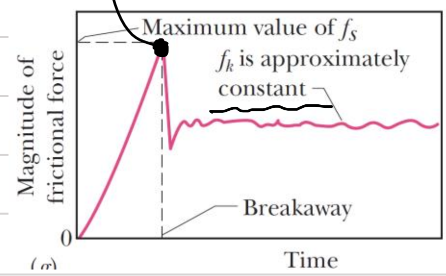
k : kinetic　　$f = \mu_k \cdot F_N$





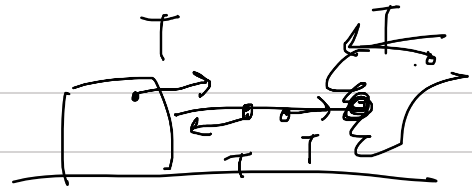


최대정지마찰력



David Halliday et al.,Principle of physics (Wiley, 2014), 10th Edition

BLIS 편입 연고대 편입 전문



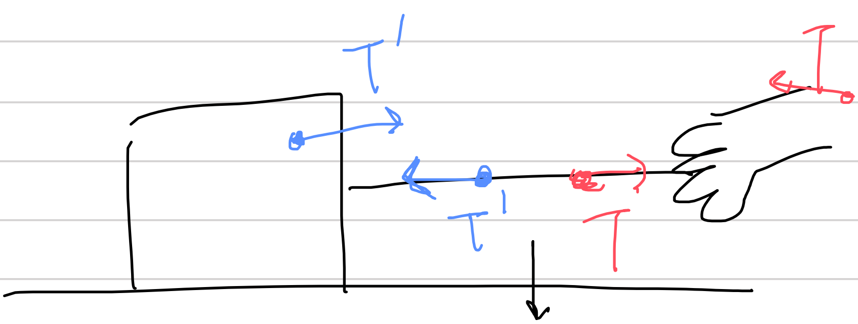
장력 (Tension): 줄이 당기는 힘

- 내가 줄을 당기는 힘 = 줄이 나를 당기는 힘 (작용 반작용)

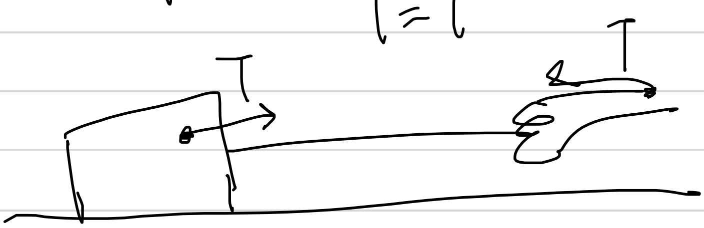
- 줄 내부에서 전달되는 힘은 상쇄된다
  → 줄의 알짜힘은 0
  → 물체가 운동을 하더라도 줄은 운동하지 않음
  → 따라서 일반적으로 줄의 크기와 질량은 무시함 ($m = 0$)

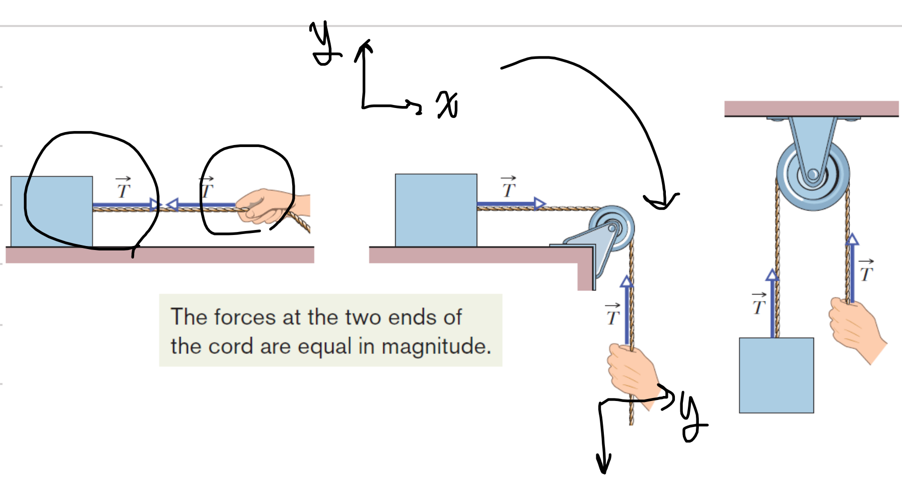
$F = T - T'$
$= ma = 0$

- 줄이 고정 도르래와 연결되어 있는 경우
  → 고정 도르래는 힘의 방향만을 바꿈 (도르래 질량과 마찰은 무시)



$T = T'$





The forces at the two ends of the cord are equal in magnitude.

5. 여러 가지 힘과 운동 – 6) 항력

항력 (Drag force): 공기 저항 등 유체의 마찰력에 해당

- 물체가 뾰족하지 않고 뭉툭한 경우 공기 저항을 받음

- $D = \frac{1}{2}C\rho A v^2$: 속도 제곱에 비례하는 힘

$\rho\uparrow$ $\rho\uparrow$ $A\uparrow$ $\rho\uparrow$

- C: 실험적으로 구하는 상수, ρ: 공기의 밀도, A: 공기 저항을 받는 면적
  → 공기 저항을 줄이기 위해서 단면적을 줄이는 이유

- 공기 저항이 있는 상태에서 자유낙하를 하는 경우, 속도가 무한정 증가할 수 없음: 비를 맞아도 아프지 않은 이유

- 최대로 올라갈 수 있는 속도 = 종단 속도 (terminal speed)

G

$v = gt$

땅

- $D - F_g = ma \rightarrow v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}$

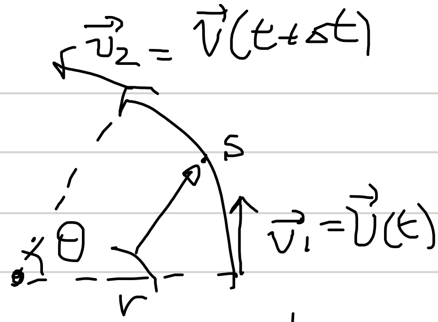
D

mg

$$D - F_g = ma = D - mg = 0$$

$$\frac{1}{2}C\rho A v^2 - mg = 0$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}$$



구심력 (Centripetal force): 원운동을 만드는 힘

- 등속 원운동은 가속도 운동. 왜 그럴까?

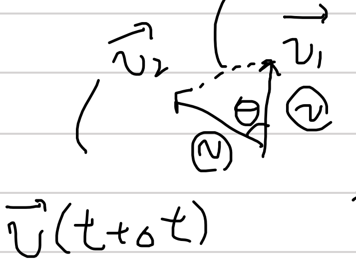
  방향이 바뀐다

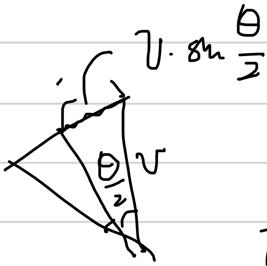
- 등속 원운동을 할 때 가속도의 역할은? → ~~크기~~ 방향을 변화.

- 등속 원운동에 대한 가속도를 구해보자: 출발은 가속도의 정의 $\theta \ll 1,\ \sin\theta \simeq \theta$

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t) = \underline{2 \cdot |\vec{v}| \sin\frac{\theta}{2}}$$





$$\boxed{s = r \cdot \underline{\theta} = v \cdot \Delta t}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{2v \sin\frac{\theta}{2}}{\Delta t}$$

$$= \frac{2v\,\frac{\theta}{2}}{\Delta t} = \boxed{\frac{v^2}{r}}$$

- 이러한 가속도를 만드는 힘이 존재해야 등속 원운동이 가능

  → 구심력 (원의 중심을 향하는 힘)

5. 여러 가지 힘과 운동 – 8) 힘과 가속도의 분석

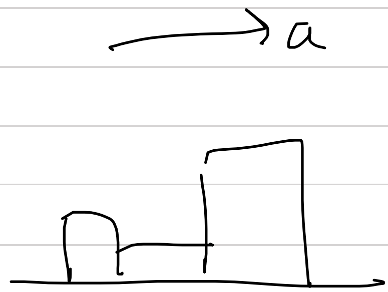
BLIS 편입
연고대 편입 전문

여러 가지 물체가 같이 운동하는 경우

→ 한 물체처럼 생각하고 나중에 쪼개자

- 한 물체처럼 생각하고 싶다 (왜? 제일 단순하니까)

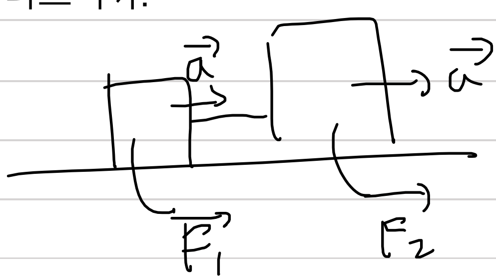
1) 두 물체끼리 주고 받는 힘은 무시할 수 있다
(안에서 돌고 도는 힘이니까 외부에서는 티가 안남)



2) 연결되어 운동하는 두 물체는 가속도가 같다
(같은 운동을 한다 = 같은 가속도라는 뜻)

3) 전체의 알짜힘은 전체의 가속도를 결정, 각각의 알짜힘은 각각의 가속도를 결정

- 각각의 알짜힘이 다른 이유는? 질량이 다르니까!



- 분석 순서

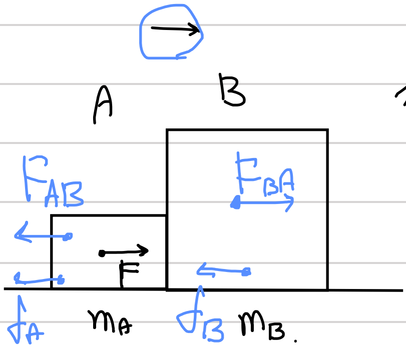
1) 모든 힘 표시 (작/반 포함)
2) 덩어리로 보기 (내부 힘 무시한 그림 그리기), $m = m_1 + m_2$.
3) 전체 가속도 구하기 $F = ma$
4) 전체 가속도 = 각각의 가속도 $a = a_A = a_B$
5) 각각의 알짜힘 구하기

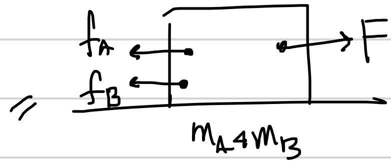
$F_A = m_A a_A$, $F_B = m_B a_B$

5. 여러 가지 힘과 운동 – 8) 힘과 가속도의 분석

힘2

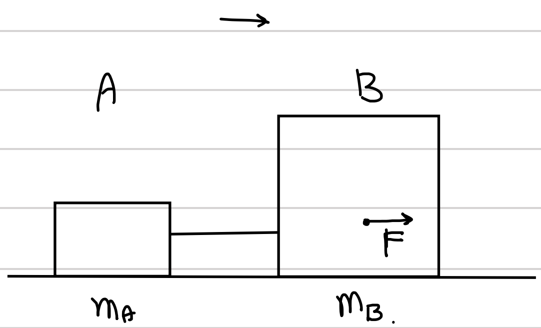
힘과 가속도의 분석 예제 1: 두 물체가 붙어 있는 경우 (마찰O)





$$F_{net} = F - f_A - f_B$$
$$= F - \mu_k m_A g - \mu_k m_B g$$
$$= (m_A + m_B)\,a$$

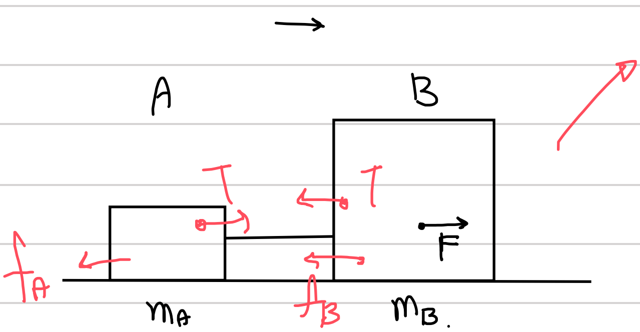
힘과 가속도의 분석 예제 2-1: 두 물체가 줄로 연결 (수평, 마찰X)

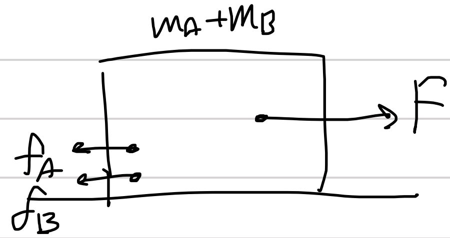


$$\left[\, a = \frac{F - \mu_k m_A g - \mu_k m_B g}{m_A + m_B} \,\right]$$
$$= a_A = a_B$$

$$F_A = m_A a_A = m_A \cdot a$$
$$F_B = m_B a_B = m_B \cdot a$$

힘과 가속도의 분석 예제 2-2: 두 물체가 줄로 연결 (수평, 마찰O)

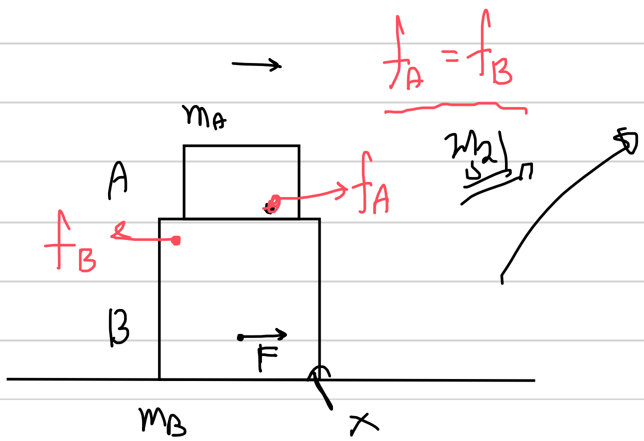


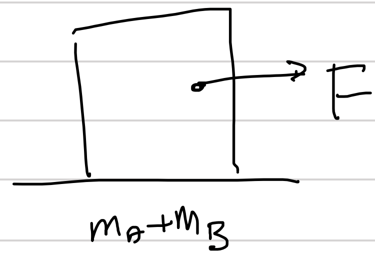


a

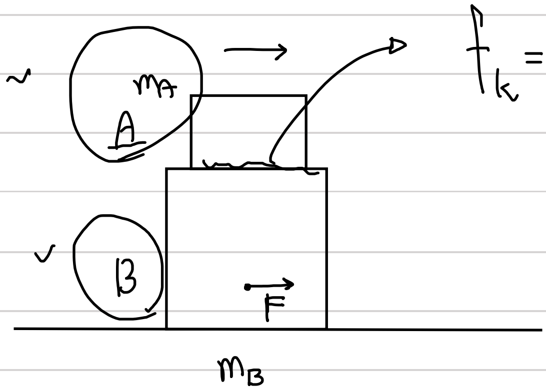
5. 여러 가지 힘과 운동 – 8) 힘과 가속도의 분석

힘과 가속도의 분석 예제 3-1: 두 물체가 위아래 (마찰 O), 미끌 X





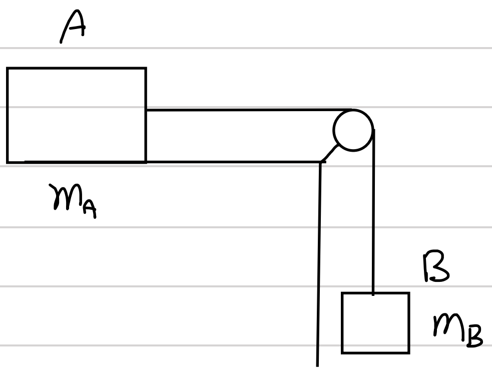
힘과 가속도의 분석 예제 3-2: 두 물체가 위아래 (마찰O), 미끌 O → 한 물체X



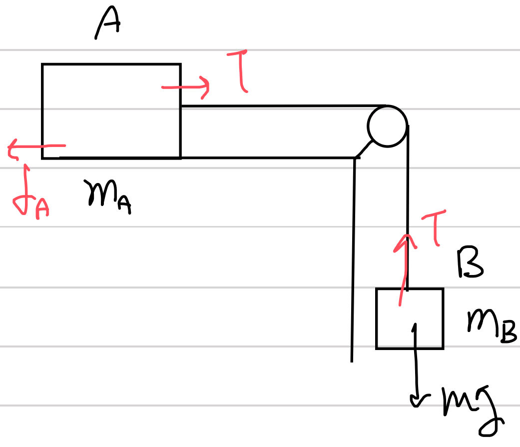
$f_k = \mu_k m_A g$.

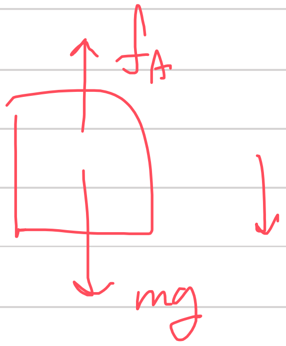
BLIS 편입 연고대 편입 전문

힘과 가속도의 분석 예제 4-1: 두 물체가 줄+도르래로 연결 (마찰X)



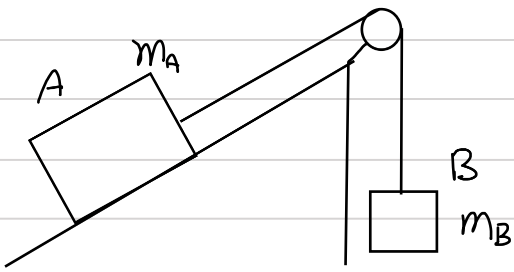
힘과 가속도의 분석 예제 4-2: 두 물체가 줄+도르래로 연결 (마찰O)





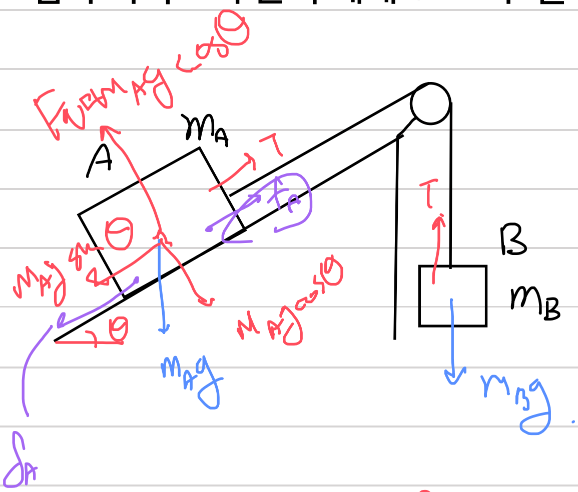
$F_{net} = \underline{mg - f_A}$.

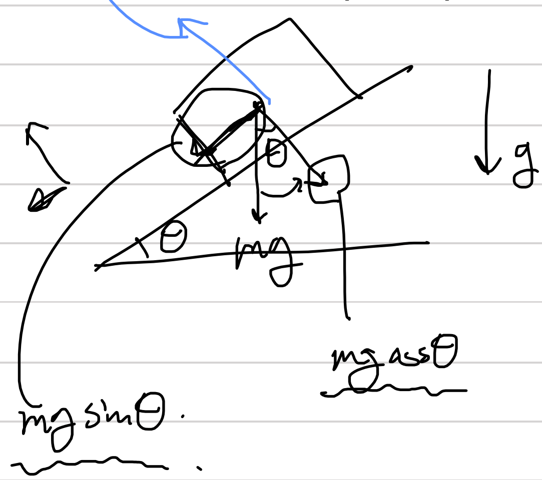
힘과 가속도의 분석 예제 5-1: 두 물체가 빗면+줄+도르래 연결 (마찰X)

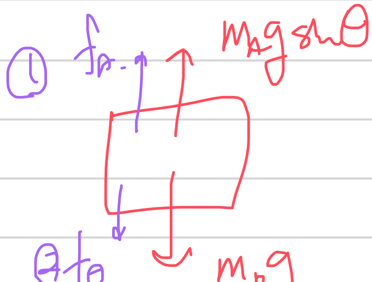


$F_N = mg\cos\theta$

힘과 가속도의 분석 예제 5-2: 두 물체가 빗면+줄+도르래 연결 (마찰O)







① ↓ $F_{net} = m_B g - f_A - m_A g\sin\theta$

② ↑ $F_{net} = m_A g\sin\theta - f_A - m_B g$

$= (m_A + m_B)\,a$

BLIS 편입
연고대 편입 전문

힘과 가속도의 분석 예제 6: 관성력 (개념적인 힘, 작용/반작용X)

질량이 $70\ kg$인 철수가 엘리베이터에서 몸무게를 재려고 한다. 이 때, 엘리베이터는 수직 방향으로 가속 운동을 할 수 있다.

(1) 철수의 몸무게를 엘리베이터의 가속도를 고려하여 표현하시오.

(2) 엘리베이터가 $0.5\ m/s$의 일정한 속도로 움직일 때 철수의 몸무게는?

(3) 엘리베이터의 가속도가 위 방향으로 $3\ m/s^2$일 때와 아래 방향으로 $3\ m/s^2$ 일 때 각 상황에서의 철수의 몸무게는?

(4) 아래 방향으로 $3\ m/s^2$ 의 가속도로 엘리베이터가 움직이고 있을 때, 철수에게 작용하는 알짜힘 $\overrightarrow{F_{net}}$과 철수가 느끼는 가속도 $\vec{a}$ 를 구하고 비교해보시오.

(엘리베이터 안에서 봤을 때)

수고하셨습니다 :)