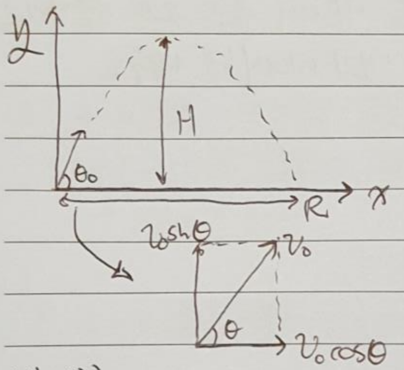
Goo 쌤의 뿌리물리

1강 - 힘과 운동 숙제 1

1강 숙제 2.

1.



(1).(2)

물체에 작용하는 힘 : 중력뿐 (-y 방향)

$$\underbrace{F_x = ma_x}_{\text{운동법칙}} = \underbrace{0}_{\text{실제 작용하는 힘}} \quad \therefore a_x = 0$$

$$F_y = ma_y = mg \quad \therefore a_y = g \ (-y \text{ 방향})$$

∴ $\boxed{\text{수평방향}(x)\text{으로는 가속도가 0인 등속 운동을, 수직방향}(y)\text{으로는 가속도가 } g\text{인 등가속도 운동을 한다. (가속도의 방향은 } -y \text{ 방향)}}$

(3) 물체는 y축 방향 속도가 0이 될 때까지 올라갈 수 있다.

→ 최대 높이일 때의 시간을 t_1라 하면,

$v_y = v_0\sin\theta - gt_1 = 0$ (t초마다 gt씩 속도 감소)

$\therefore t_1 = \frac{v_0\sin\theta}{g}$

등가속도 운동을 등속 운동으로 퉁치자.

→ 처음 속도: $v_0\sin\theta$ 나중속도: 0

→ 평균속도: $\frac{v_0\sin\theta}{2}$ 로 등속 운동 했다고 볼 수 있음.

∴ 올라간 높이 H = 이동한 거리

$$= \frac{v_0\sin\theta}{2}\cdot t_1$$

$$= \frac{v_0\sin\theta}{2}\cdot\frac{v_0\sin\theta}{g}$$

$$= \boxed{\frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}}$$

(4) 물체는 $2t_1 = \frac{2v_0\sin\theta}{g}$ 동안 운동

(최고점까지 갈때 : t_1, 다시 떨어질때 : t_1)

$$\rightarrow R = v_x \cdot 2t_1$$

$$= v_0\cos\theta \cdot \frac{2v_0\sin\theta}{g}$$

$$= \frac{2v_0^2\sin\theta\cos\theta}{g}$$

$$= \boxed{\frac{v_0^2\sin2\theta}{g}} \quad (\because \sin2\theta = 2\sin\theta\cos\theta)$$

(참고) → $\sin2\theta = 1$ 일때 즉, $\theta = 45°$ 일 때 물체는 가장 멀리 날아감

(5) $x = v_x \cdot t$

$= v_0\cos\theta \cdot t \rightarrow t = \frac{x}{v_0\cos\theta}$

$y \Rightarrow t$초후 y는?

처음 $v_0\sin\theta$ 속도.

t초후 $v_0\sin\theta - gt$ 속도

→ 평균속도: $v_0\sin\theta - \frac{1}{2}gt$

이 속도로 t초 동안 이동한게 y.

$$\therefore y = v_0\sin\theta\cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= v_0\sin\theta\cdot\frac{x}{v_0\cos\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\theta}\right)^2$$

$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta}x - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$$

$$\therefore \boxed{y = \tan\theta\cdot x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2}$$

(x도 t랑 관련, y도 t랑 관련

→ x, y를 엮기 위해서는 t 소거)

2. 알고 있는 정보 : q, r에서 각 속도 & 거리를 알고 있음

→ 빗면에서 일정한 힘 : 등가속도 운동.

$q \sim r$: $\frac{3}{2}v$로 등속운동 한 것으로 볼 수 없음

걸린 시간 $t_1 = \frac{4L}{(\frac{3}{2}v)} = \frac{8L}{3v}$

q에서 r까지 가는 동안 속도는 v 증가

$\therefore a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{\frac{8L}{3v}} = \frac{3v^2}{8L}$

p에서 q까지 걸린 시간을 t라고 하면

$p \to q$ 동안 속도는 at 만큼 증가

$\therefore v_p + at = v$

$= v_p + \frac{3v^2}{8L} t = v$

$v_p = v - \frac{3v^2}{8L} t$

→ $p \sim q$ 평균 속도 : $v - \frac{3v^2}{16L} t$

t초 동안 이동거리가 L

→ $L = \left(v - \frac{3v^2}{16L}\right) t$

식을 정리하면, $3(vt)^2 - 16L(vt) + 16L^2 = 0$

$= (3vt - 4L)(vt - 4L) = 0$

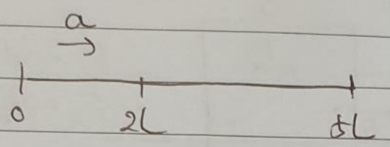
$\therefore t = \frac{4L}{3v}$ or $\frac{4L}{v}$

$v_p > 0$ 이므로 $t = \frac{4L}{v}$은 불가

$\therefore \boxed{t = \frac{4L}{3v}}$

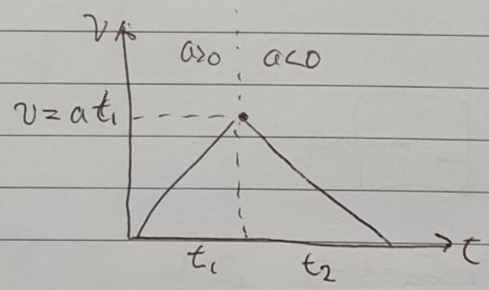
* $2as = v^2 - v_0^2$ 을 이용해서 풀면 훨씬 간단하지만 이 방법은 2강 '일과 에너지'를 배우고 적용해보기.

3.



(1) 0~2L 동안 +가속도로 운동했으므로 속도는 증가.
그런데 5L에서 정지이므로 속도는 감소해야함.
→ 가속도는 음수.

v-t그래프를 그리면



이동거리의 비 = 면적의 비
= 밑변의 비 (높이 동일하므로)

$\therefore 2L : 3L = t_1 : t_2$

$\rightarrow t_2 = \frac{3}{2}t_1$

$\frac{3}{2}t_1$ 시간 동안 at_1 만큼 속도가 감소

$\rightarrow a_2 = \dfrac{-at_1}{\frac{3}{2}t_1} = -\frac{2}{3}a$

$\therefore$ $\boxed{\text{(-) 방향으로 } \frac{2}{3}a \text{ 만큼 가속도 작용}}$

(2) 0~2L 중 t초 동안 이동한 거리 = v-t 면적

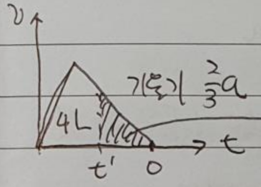
$S = \frac{1}{2}\cdot v\cdot t = \frac{1}{2}\cdot at\cdot t = \frac{1}{2}at^2$

$S=L$ 일때 $L = \frac{1}{2}at^2$ $t = \sqrt{\frac{2L}{a}}$

이때의 속도 $= at \Rightarrow v_L = a\sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{2aL}$

4L까지 이동한 것은 5L에서 L만큼 이동했을 때라고 생각할 수 있다. (거꾸로)

→ $t=0$에서 $t=t'$까지 $\frac{2}{3}a$의 가속도로 L만큼 이동한 것과 동일



→ 이 면적이 L
= 처음부터의 이동거리는 4L
∴ 거꾸로 보는게 쉽다.

→

$S = \frac{1}{2}v\cdot t = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}a\cdot t\right)t = \frac{1}{3}at^2$

$L = \frac{1}{3}at^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{3L}{a}}$

이때의 속도 $\frac{2}{3}at = \frac{2}{3}a\sqrt{\frac{3L}{a}} = \sqrt{\frac{4}{3}aL} = v_{4L}$

$\therefore \boxed{v_L > v_{4L}}$

(3) 0~2L까지 이동한 거리

$= 2L = \frac{1}{2}at_1\cdot t_1 = \frac{1}{2}at_1^2$

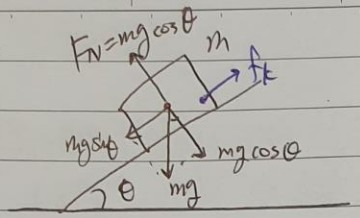
$t_1 = \sqrt{\frac{4L}{a}} \rightarrow v = at_1 = \sqrt{4aL}$

$t_1 : t_2 = 2:3 \rightarrow t_2 = \frac{3}{2}t_1$

$\therefore t = t_1 + t_2 = \frac{5}{2}t_1 = \frac{5}{2}\sqrt{\frac{4L}{a}}$

$= \boxed{5\sqrt{\frac{L}{a}}}$

4.



(1) 마찰력이 없다면 빗면 방향으로 $mg\sin\theta$만 작용

$\rightarrow F_{빗면} = mg\sin\theta = ma$

$a = g\sin\theta$의 등가속도 운동을 할 것.

그러나 등속운동을 했다는 것은

마찰력이 작용. ($mg\sin\theta$ 만큼 크기로)

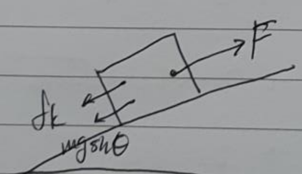
$F_{빗면} = mg\sin\theta - f_k = ma = 0$.

$\therefore f_k = mg\sin\theta$

$f_k = \mu_k N = \mu_k mg\cos\theta$ 이므로

$\boxed{\mu_k = \tan\theta}$

(2) 윗방향으로 운동 → 마찰력은 아래로 작용



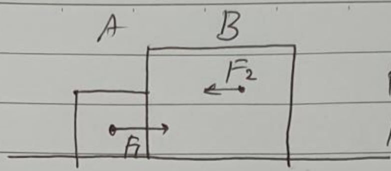
$\therefore F_{net} = F - f_k - mg\sin\theta = 0$

$\therefore F = f_k + mg\sin\theta$

$= mg\sin\theta + mg\sin\theta$

$= \boxed{2mg\sin\theta}$

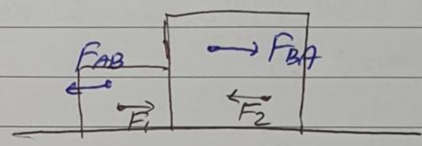
5.



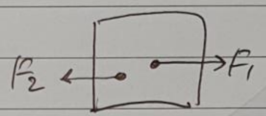
$F_1 = 5N$

$F_2 = 3N$

① 모든 힘 표시 : F_{AB}, F_{BA}



② 한 물체



$F_{net} = F_1 - F_2 = 5 - 3 = 2N$

$= (m_A + m_B)\, a = 4 \cdot a$

$\therefore a = 0.5 m/s^2$

③, ④ $a = a_A = a_B = 0.5 m/s^2$

⑤ $F_A = m_A a_A = F_1 - F_{AB}$

$= 1 \cdot 0.5 = 5 - F_{AB}$

$= 0.5N$

$\therefore F_{AB} = 4.5N$

$F_B = m_B a_B = F_{BA} - F_2$

$= 3 \cdot 0.5 = 4.5 - 3$

$= 1.5N = 1.5N$

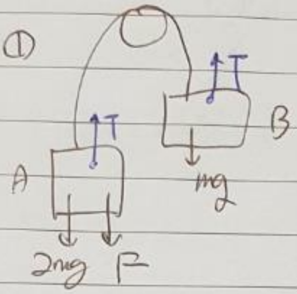
1) $a_A = a_B = 0.5 m/s^2$

2) $F_A = 0.5N$, $F_B = 1.5N$

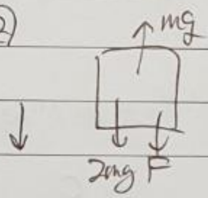
3) $F_{BA} = F_{AB} = 4.5N$

6.

(가) ①



②

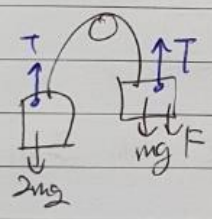


$F_{net} = 2mg + F - mg$
$= F + mg$
$= 3m \cdot a$

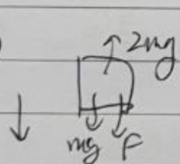
$\therefore a_{(가)} = \dfrac{F+mg}{3m}$

③ $a_{(가)} = a_A = a_B$

(나) ①



②



$F_{net} = mg + F - 2mg$
$= F - mg$
$= 3m \cdot a$

$\therefore a_{(나)} = \dfrac{F-mg}{3m}$

③ $a_{(나)} = a_A = a_B$

$a_{(가)} : a_{(나)} = 2 : 1$ 이므로

$\dfrac{F+mg}{3m} = 2 \cdot \dfrac{F-mg}{3m}$

$\therefore \boxed{F = 3mg}$ //

→ $a_{(가)} = \dfrac{F+mg}{3m} = \dfrac{4mg}{3m} = \boxed{\dfrac{4}{3}g}$ //

$a_{(나)} = \dfrac{2}{3}g$

(가)에서 $F_A = m_A a_A \quad = 2mg + F - T$
$= 2m \cdot \dfrac{4}{3}g \quad = 5mg - T$
$= \dfrac{8}{3}mg$

$\boxed{\therefore T = \dfrac{7}{3}mg}$ //

$F_B = m_B a_B \quad = T - mg$
$= m \cdot \dfrac{4}{3}g \quad = \dfrac{7}{3}mg - mg$
$= \dfrac{4}{3}mg \quad = \dfrac{4}{3}mg$

(나)에서 $F_A = m_A a_A \quad = T - 2mg$
$= 2m \dfrac{2}{3}g$

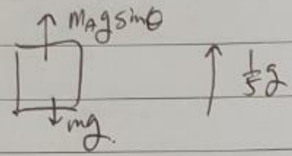
$= \dfrac{4}{3}mg$

$\boxed{\therefore T = \dfrac{10}{3}mg}$

$F_B = m_B a_B \quad = mg + F - T$
$= m \cdot \dfrac{2}{3}g \quad = 4mg - T$
$= \dfrac{2}{3}mg \quad = 4mg - \dfrac{10}{3}mg$
$= \dfrac{2}{3}mg$

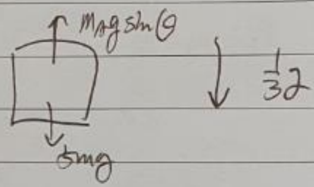
7.

(가) 한 물체



$$F = m_A g \sin\theta - mg = (m_A + m)\cdot\frac{1}{5}g \quad \cdots ①$$

(나) 한 물체

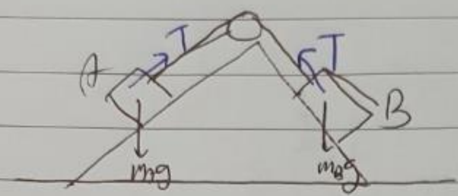


$$F = 5mg - m_A g \sin\theta = (m_A + 5m)\cdot\frac{1}{3}g \quad \cdots ②$$

① + ② → $4mg = \frac{8}{15}m_A g + \frac{28}{15}mg$

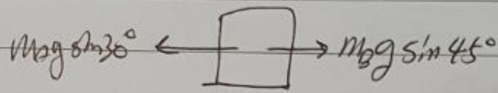
정리하면, $\boxed{m_A = 4m}$

8.



(1)

② 한 물체



$$F_{net} = m_A g \sin 30° - m_B g \sin 45° = (m_A + m_B)a$$
$$= 0.$$

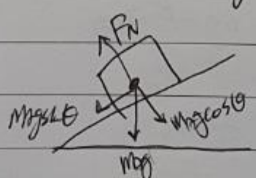
$\therefore m_A g \sin 30° = m_B g \sin 45°$

$\frac{1}{2} m_A g = \frac{\sqrt{2}}{2} m_B g$

(1) $\boxed{m_A = \sqrt{2} m_B}$

$m_B = m$ 이라 하면, $m_A = \sqrt{2}m$.

$$F_{N,A} = m_A g \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{2}mg = \frac{\sqrt{6}}{2}mg$$



(빗면 위 방향으로 운동 X → $a=0$ → $F_{net} = 0$)

$$F_{N,B} = m_B g \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}mg$$

(2) $\therefore \boxed{F_{N,A} > F_{N,B}}$

(3) 실을 끊게 되면 빗면을 따라 A는 $m_A g \sin 30°$의 힘

→ $F_A = m_A g \sin 30° = m_A \cdot a_A$

$a_A = g \sin 30° = \frac{1}{2}g$

마찬가지로, $a_B = g \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}g$

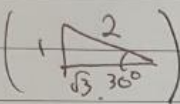
$\therefore \boxed{a_A = \frac{1}{\sqrt{2}} a_B}$

* 빗면의 각이 θ → $a = g\sin\theta$

9.

p~q 거리 : 10m

q~r 거리 : 10m.



A가 p~r (20m) 이동할때 걸린 시간 = B가 q~r (10m) 이동할때 걸린시간.

→ A의 평균속도가 B의 평균속도의 2배

→ 같은 빗면 = 가속도 동일.

1초에 a만큼 속도 변화.

A : $v \rightarrow v+at$

B : $0 \rightarrow at$.

$v_{A평균} = v + \frac{1}{2}at$, $v_{B평균} = \frac{1}{2}at$

$v+\frac{1}{2}at = 2\cdot\left(\frac{1}{2}at\right)$

$\therefore at = 2v. \rightarrow v = \frac{1}{2}at$

$a = g\sin 30° = 10\cdot\frac{1}{2} = 5m/s^2$

B 이동거리 = $v_{B평균} \times t$

$= \frac{1}{2}at^2 = 10m$

$= \frac{5}{2}t^2 \quad \therefore t = 2s$

$v = \frac{1}{2}at = \frac{1}{2}5m/s^2 \cdot 2s = \boxed{5m/s}$

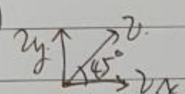
10.

1) 물체는 운동하는 동안 중력만을 받음

→ $\boxed{\text{수직 아래 방향으로 크기가 } g \text{인 가속도}}$

(p, q 동일).

2)



$v_y = v\sin 45°$

→ t초마다 g씩 속도감소

$v_y = \frac{\sqrt{2}}{2}v - gt$

p에서는 $v_y = 0 \quad \therefore t_{py} = \frac{\sqrt{2}v}{2g}$

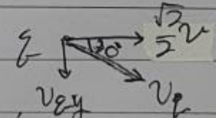
p까지 평균속력 : $v_{평} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}v + 0\right)$

$= \frac{\sqrt{2}}{4}v$

∴ p까지 높이 $= \frac{\sqrt{2}}{4}v \cdot t_{py} = \frac{\sqrt{2}}{4}v \cdot \frac{\sqrt{2}v}{2g}$

$= \boxed{\frac{v^2}{4g}}$

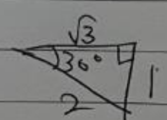
3) p $\xrightarrow{}$ $v_x = \frac{\sqrt{2}}{2}v$ 만 존재 : $|\vec{v}_p| = \frac{\sqrt{2}}{2}v$



$|\vec{v}_q| = \frac{\sqrt{2}}{2}v \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}v$

$\boxed{\therefore |\vec{v}_q| = \frac{2}{\sqrt{3}}|\vec{v}_p|}$

→ v_x는 일정 (∵ x방향 힘 X → 가속도X)



수고하셨습니다 :)