



< 통계학 >

1. [50 점] 와이불(Weibull Distribution)분포의 확률밀도함수(p.d.f)는 다음과 같다.

$$f(x) = \rho\gamma x^{\gamma-1}e^{-\rho x^\gamma}, \quad x \geq 0, \rho > 0, \gamma > 0$$

위험률함수(hazard rate function)을 $\lambda(x) = \frac{f(x)}{1-F(x)}$ 로 정의할 때 (여기서 $F(x)$ 는 X 의 누적분포함수)

- (1) 와이불분포의 $\lambda(x)$ 를 구하시오.
- (2) 위에서 구한 $\lambda(x)$ 는 $\gamma = 1$ 일 때 상수함수, $\gamma < 1$ 일 때 감소함수, $\gamma > 1$ 일 때 비감소함수이다. 이를 증명하시오.
- (3) 지수분포는 와이플분포에서 $\gamma = 1$ 인 특수한 경우이다. 지수분포의 기댓값과 $\lambda(x)$ 를 구하시오.
- (4) 지수분포의 무기억성을 증명하라.
- (5) 배터리의 수명시간이 모수가 $\ln 4$ 인 지수분포를 따른다고 가정할 때, 어떤 배터리가 15시간 동안 방전되지 않은 상황에서 배터리 수명이 적어도 16시간 이상 지속될 확률은?

2. [50 점] 학생 22 명의 중간고사 성적을 이용하여 기말고사 성적을 예측하는 단순선형회귀분석을 실시하였다. 단순회귀모형은 다음과 같고

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

표본의 자료를 이용하여 회귀식 $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ 를 구하고자 한다. ($\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ 은 β_0, β_1 의 추정량)

$$\bar{x} = 77, \bar{y} = 74, S_x = 8, S_y = 10, r_{xy} = 0.8$$

- (1) 총 제곱합(SST)= $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ 은 오차제곱합(SSE)= $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ 과 회귀제곱합(SSR)= $\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ 의 합으로 표현될 수 있다. 이를 증명하시오.
- (2) $SSR = (n-1)\hat{\beta}_1^2 S_x^2$ 으로 나타낼 수 있다. 이를 증명하시오.
- (3) ANOVA table을 완성하시오

요인	자유도	제곱합	제곱평균	F비
회귀				
잔차			160	
계				

- (4) β_1 의 유의성 검정을 $\alpha = 0.05$ 유의수준 하에서 시행하시오 (t분포 표 제공)
- (5) 주어진 자료로부터 회귀식을 유도하고 중간고사 점수가 90점일 때 기말고사 점수를 추정하시오.

< 수학 >

1. [60 pts] Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$. Compute.

- (1) sum of the eigenvalues of A
- (2) sum of the eigenvalues of B
- (3) multiple of the eigenvalues of $A \otimes A$
- (4) rank of $A \otimes B$
- (5) sum of the eigenvalues of $A \otimes B$
- (6) Let $D = C(C'C)^{-1}C'$. Compute the rank of D .

2. [20pts] Let $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2^2$.

- (1) What is the maximum of f subject to $x_1^2 + x_2^2 \leq 1$?
- (2) What is the minimum of f subject to $x_1^2 + x_2^2 = 1$?

3. [20pts] Compute.

- (1) $\frac{\partial}{\partial x_1} x_2^{x_1}$
- (2) $\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2+y^2}{4}} dx dy$

본 자료는 Blis 과외에서 수험생들을 위해 만든 자료로써, 무단배포 및 상업적 이용을 금합니다.

<https://blog.naver.com/magicpheonix>