



< Statistics >

1. 크기가 N 인 유한모집단 $1, 2, \dots, N$ 에서 크기가 n 인 표본을 비복원 (without replacement)으로 추출할 때 추출된 변수를 X_i 라 하자.

이 때, I_i 를 i 번째 원소가 뽑힌 경우 1, 뽑히지 않은 경우 0의 값을 갖는 지시확률변수라 하자.

$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$, $\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2$ 임을 이용하여 다음 물음에 답하여라.
(단, x_i 는 모집단의 원소 $1, 2, \dots, N$ 의 실제 값을 말한다)

a) $E(I_i) = \frac{n}{N}$ 임을 증명하여라. [5 points]

BLIS 과외

b) $Cov(I_i, I_j) = \begin{cases} \frac{n}{N} \left(1 - \frac{n}{N}\right) & (i = j) \\ -\frac{n}{N} \left(\frac{N-n}{N(N-1)}\right) & (i \neq j) \end{cases}$ 임을 증명하여라. [10 points]

c) $E(\overline{X_n}) = \mu$, $Var(\overline{X_n}) = \left(\frac{N-n}{N-1}\right) \frac{\sigma^2}{n}$ 임을 증명하여라. [10 points]

3. 매출액을 반응변수(Y_i)로 하며 광고비(X_1)와 설비투자(X_2)를 독립변수로 하는 다중선형 회귀모형은 다음과 같다.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \epsilon_i, \epsilon_i \sim N(0, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, n \ (n = 10)$$

이 때, X_2 는 매출액이 6억 미만이면 0의 값을, 6억 이상이면 1의 값을 갖는 변수라 하자. 다음 표들을 이용하여 물음에 답하여라. [50 points]

<표1> ANOVA

	자유도(df)	제곱합(SS)	평균제곱합(MS)	F 통계량
회귀(Regression)				
잔차(Error)		10		
계(Total)		384		

<표2>

Predictor	Coefficient	Standard Error	t-Value	P-Value
X_1	1.6	0.2		
X_2	2.0	1.5		

a) <표1>과 <표2>에서 빈칸을 완성하여라. [10 points]

b) F 검정 실시를 위한 정확한 귀무가설을 제시하고 검정하여라. [10 points]

c) R^2 을 구하고 그 의미를 서술하여라. [10 points]

d) X_2 의 기울기 계수에 대한 의미를 서술하여라. [10 points]

e) X_2 의 기울기 계수가 사실 6억 미만이면 -1 의 값을, 6억 이상이면 1의 값을 갖는 변수임이 확인 되었다. 이때의 기울기 계수에 대한 의미를 서술하여라. [10 points]

< Mathematical Economics >

1. [15 points] The function $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^x$ is maximized where $x = x_0$. Find x_0 and explain using the precise definition.

2. [20 points] Let $f(x) = \sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$). Using Taylor polynomial of order 2, estimate $f(0.2)$.

3. [10 points] Prove or disprove. If $f(x) > 0$ for $x > 0$, then $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$ with $A > 0$.

4. [15 points] Compute the multiple of the eigenvalues of matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

5. [20 points] Find rank of the matrix A on 4.

6. [20 points] Determine whether or not the given linear system has the unique solution.

$$Ax = b, \text{ where } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} \text{ and } b \in \text{col}(A)$$

본 자료는 Blis 과외에서 수험생들을 위해 만든 자료로써, 무단배포 및 상업적 이용을 금합니다.

<https://blog.naver.com/magicpheonix>