



## 통계학

### 1. [35 points]

Consider the two random variables  $X, Y$  which has the following joint probability mass function  $f(x, y)$ , where the rows correspond to  $X$  and the columns correspond to  $Y$ , respectively.

$f(x, y)$	0	1	2
0	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$
1	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	0
2	$\frac{1}{9}$	0	0

(a) [10 points] Find the conditional distribution of  $X$  given  $Y$ .

(b) [15 points] Find the conditional variance of  $X$  given  $Y$ .

(c) [10 points] Find the correlation of two random variables  $X$  given  $Y$ .

BLIS 편입  
연고대 편입 전문

---

## 2. [35 points]

Consider a linear regression model,

$$y_i = \beta x_i + \epsilon_i, i = 1, \dots, n,$$

where  $\epsilon_i$  is an independent, identically distributed normal random variable with mean 0 and variance  $\sigma^2$ .

We would like to estimate  $\beta$  using the following objective function.

$$\hat{\beta} = \operatorname{argmin}_{\beta} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta x_i)^2 + \lambda \beta^2$$

Here,  $\lambda > 0$  is called a penalty term.

**(a) [10 points]** Derive an expression for  $\hat{\beta}$

**(b) [10 points]** Derive an expression for the variance of  $\hat{\beta}$

**(c) [15 points]** Show that whether  $\hat{\beta}$  in (a) is an unbiased estimator or not. Furthermore, compare the variance of  $\hat{\beta}$  in (b) with the  $\hat{\beta}$  from the ordinary least squares estimator without the penalty term. (i.e.  $\lambda = 0$ .)

BLIS 편입

연고대 편입 전문

---

**3. [30 points]**

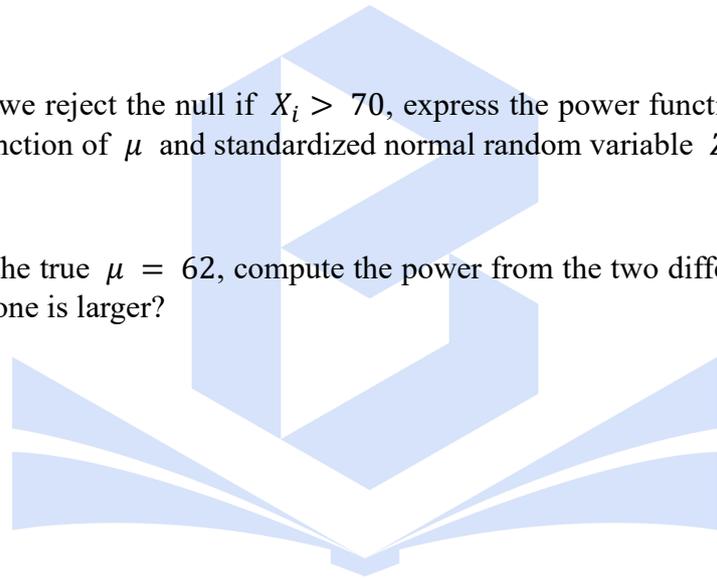
Consider a random sample  $X_1, \dots, X_{100}$  following a normal distribution with mean  $\mu$  and variance 100. Here, we consider a hypothesis testing as follows,

$$\begin{aligned}H_0: \mu &= 56 \\H_1: \mu &> 56\end{aligned}$$

**(a) [10 points]** If we reject the null if  $\bar{X} > 60$ , express the power function of this rejection rule in terms of function of  $\mu$  and standardized normal random variable  $Z$ .

**(b) [10 points]** If we reject the null if  $X_i > 70$ , express the power function of this rejection rule in terms of function of  $\mu$  and standardized normal random variable  $Z$ .

**(c) [10 points]** If the true  $\mu = 62$ , compute the power from the two different rejection rules in (a), (b). Which one is larger?



**BLIS 편입**

연고대 편입 전문

---

# 경제수학

## 1. [50 points]

주어진 명제에 대해 각 명제의 참, 거짓을 판단하고 그 이유에 대해 설명하시오.

### (1) [10 points]

$n \times n$  행렬  $A$ 에 대해 만약  $A$ 가 역행렬이면  $I_n - A$ 는 역행렬이다. (단,  $I_n$ 은  $n \times n$  항등행렬)

### (2) [10 points]

주어진 선형연립방정식

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & k \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

에 대해 상수  $k$ 가 어떤 값으로 주어지든지 그 해가 유일하게 존재한다.

### (3) [10 points]

독점기업의 이윤 극대화 생산량에서의 재화의 가격탄력도 (price elasticity of demand)는 항상 1보다 크거나 같다.

### (4) [10 points]

함수  $y = (\ln x)^x$ 의  $x = e$ 에서의 미분계수는 1이다.

### (5) [10 points]

다변수함수  $f(x_1, x_2) = x_1^3 + 3x_1x_2 - \frac{3}{2}x_2^2$ 에 대해  $(-1, -1)$ 이 상대적 최솟값 (relative minimum)이다.

---

## 2. [20 points]

효용함수  $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1^2 + 2x_2^2}$ 에 대해 다음에 답하십시오. 이때,  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ 는 재화 1과 재화 2의 소비량이다.

### (1) [10 points]

주어진 함수가 1차 동차함수(homogenous of degree one)인 것을 보이시오.

### (2) [10 points]

(3,6)에서의 한계대체율을 구하고 그 경제학적 의미에 대해 설명하십시오.

## 3. [30 points]

숙련된 노동자(skilled labor)와 비숙련 노동자(unskilled labor)로 이루어진 한 기업에 대해 기업의 생산 함수가  $f(X, Y) = 50X^2Y^{\frac{1}{2}}$ 로 주어져 있다고 하자. 이때, 숙련된 노동자와 비숙련 노동자의 고용량을 각각  $X, Y$ 라 한다.

노동 법률의 문제로 이 기업은 노동자의 수가 최대 100으로 한정되어 있다고 하자. 즉,  $X + Y \leq 100$ 이라고 하자. 또한, 비부제약조건  $X \geq 0, Y \geq 0$ 을 가정하고 모두 실수라고 하자. 다음에 대해 답하십시오.

### (1) [5 points]

$X = 50, Y = 25$ 에서 각 유형에 대한 한계생산물을 구하고 그 경제학적 의미에 대해 설명하십시오.

### (2) [20 points]

쿤터커 조건을 이용하여 주어진 기업의 생산량 극대화 문제를 푸시오.

### (3) [5 points]

최적점에서의 라그랑지 승수를 구하고 경제학적 의미에 대해 설명하십시오.

본 자료는 BLIS 편입에서 수험생들을 위해 만든 자료로써, 무단배포 및 상업적 이용을 금합니다.

[https://blog.naver.com/blis\\_edu](https://blog.naver.com/blis_edu)